Chapitre 6

L'ORDINATEUR EST AUSSI UN CERTAIN ART DE DIRE NON.

La personnalité individuelle des sommets est restée jusqu'ici étrangère à nos préoccupations. Le théorème de stabilité des graphes fonctionnels sans cycle (non nul) a été prouvé par la seule considération du comportement de masse des sommets d'un graphe fonctionnel sans cycle, sans la moindre attention au caractère individuel des fonctions qui les habitent, et exécutent à leur gré, un traitement local de l'information.

NI

A un certain stade de son développement, le jeune enfant pratique le NI en répondant NON à toute suggestion affirmée. Ce chapitre et les suivants montrent comment l'ordinateur peut accomplir toute sa tâche à l'aide de seuls sommets enfants NI , qui répondent NON = O = <u>bleu</u> à toute suggestion OUI = I = <u>rouge</u> . Présent dans la connaissance commune, ainsi que l'atteste l'existence du vocable "NI" dans la langue vernaculaire, le NI joue un rôle essentiel dans la conquête et la sauvegarde de l'indépendance individuelle et collective.

En accord avec une convention graphique bientôt adoptée, les sommets NI seront encore dits {NOR-NI / NOIRS} . Les <u>graphes noirs</u> sont les graphes à sommets tous noirs.

Le projet annoncé ci-dessus se reformule donc: l'ordinateur se monte en noir. Autrement dit:

L'ordinateur est un quotient de graphe noir

ce que l'optique adoptée permet <u>d'énoncer</u>:

L'ordinateur est un graphe noir:

Comme on sait déjà que l'ordinateur est un graphe boolien, il suffira d'établir que tout graphe boolien est graphe noir, ou pour éviter tout malentendu, que

Tout graphe boolien se monte en noir.

Il suffira donc de prouver

Tout sommet boolien se monte en noir:

*

*   *

Comme leurs proches parents, les ET et les OU , hérités d'Aristote, et salués ici au passage, avant d'être accueillis avec plus d'attention, les NI sont sommets de vérité. Ce qui signifie, rappelons-le, que toutes leurs flèches de sortie ont toujours simultanément une même couleur, la <u>couleur de sortie</u> à cet instant.

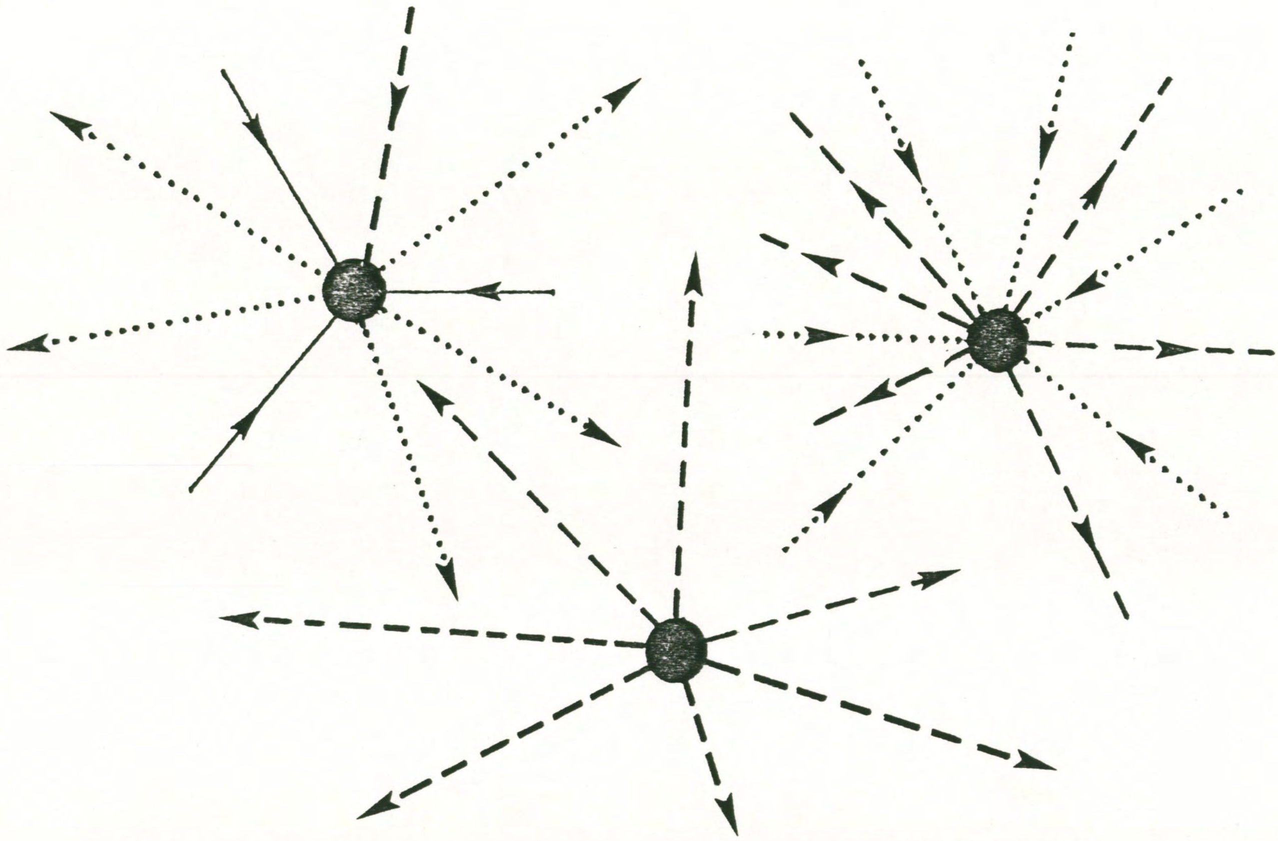
NI, ET, OU sont sommets de vérité.

La définition des NI ou sommets noirs s'achève

En sommet noir, la sortie bleue est causée par les coloriages d'entrée qui comprennent au moins une flèche rouge.

De manière équivalente:

En sommet noir, la sortie rouge est causée par les coloriages d'entrée sans flèche rouge.



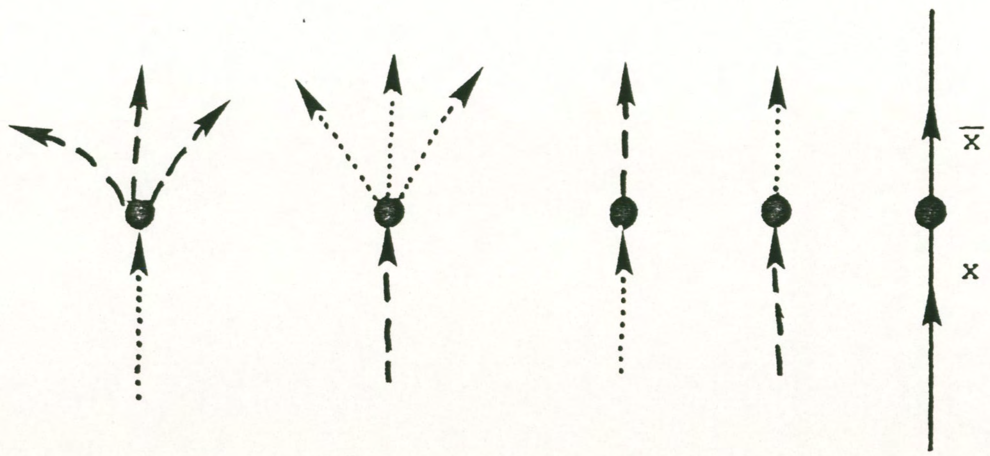
Peu importe la couleur <u>rouge</u> ou <u>bleue</u> des flèches laissées noires par le <u>dessin</u>!

Sommet noir sans entrée est sans flèche d'entrée rouge, ce qui cause la sortie rouge. Ainsi donc, sommet noir sans entrée et à une sortie est-il source continue de <u>vérité</u>, ce qui peut se concrétiser intuitivement comme l'émission continue d'un cordon rouge.

Les NI à nombre non nul n d'entrées sont les fonctions de vérité codées UN , par le mot binaire à IO^n bits, OO...OI, constitué par tous des zéros suivis d'un seul I.

Les sommets noirs sont <u>symétriques</u> ou <u>commutatifs</u>, car la couleur de sortie causée est insensible aux permutations des couleurs (ou anagrammes) de l'entrée.

Les NON sont les noirs à une seule entrée.



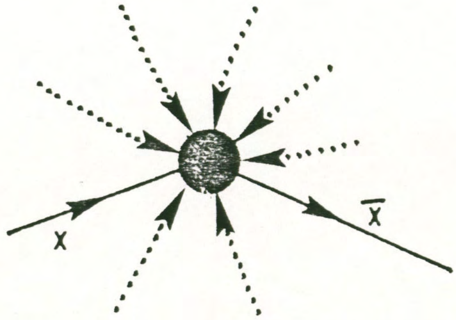
introduisant la notation $\overline{x}$ lue NON x

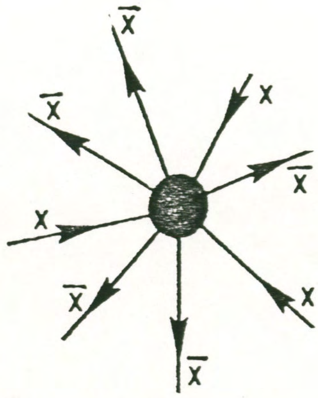
$\overline{\text{bleu}}$ = rouge $\overline{\text{rouge}}$ = bleu $\overline{O}$ = I $\overline{I}$ = O

$\overline{\overline{O}}$ = O $\overline{\overline{I}}$ = I

Toute valeur de vérité ou bit $x \in \{I \; O\}$ vérifie $\bar{\bar{x}} = x$

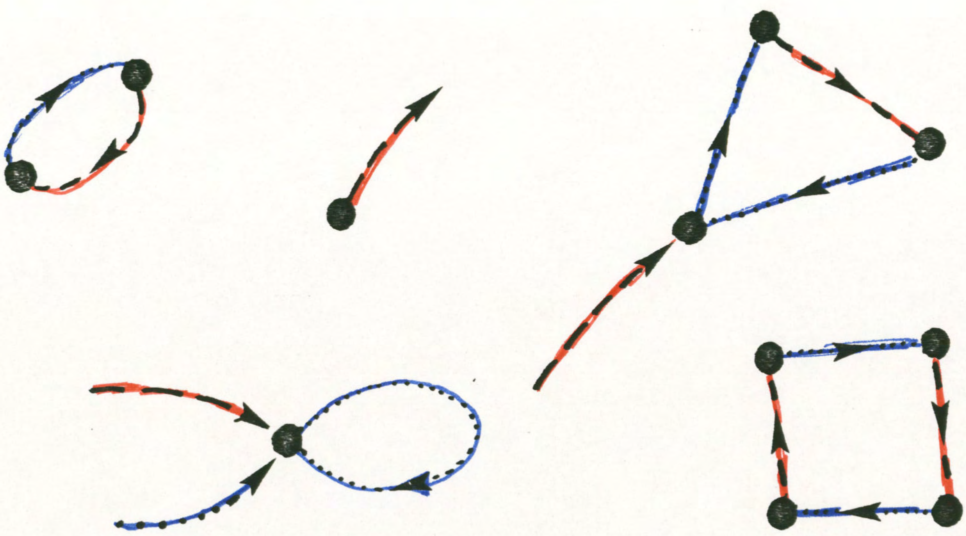
Si l'une des entrées d'un sommet noir est de couleur x
et toutes les autres bleues
Alors la couleur de sortie est $\bar{x}$





Si toutes les entrées d'un sommet noir sont x
Alors toutes les sorties deviendront $\bar{x}$

Voici des graphes noirs coloriés stables



L'aller-retour noir tout bleu 

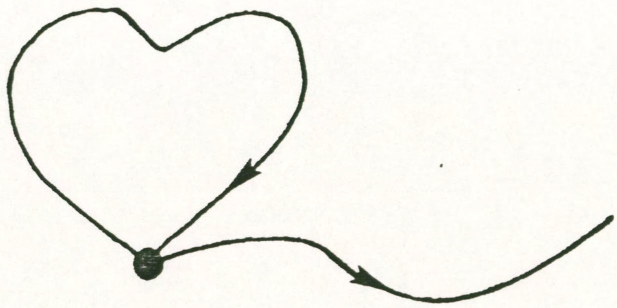
est certainement instable. Sachant même depuis quand il perdure, mais en l'absence d'information concernant les délais prescrits en les deux sommets, il est impossible de prévoir l'évolution du coloriage de ce graphe.

COEUR BATTANT

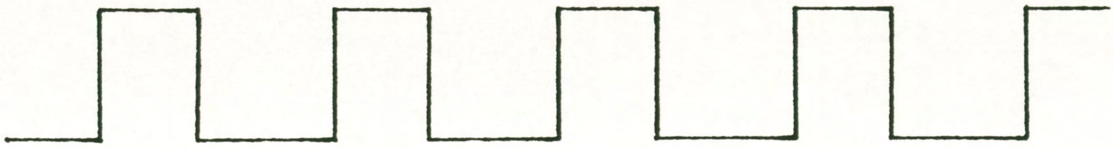
Le pétale à sommet noir admet deux coloriages,

tous deux instables, alternant de manière périodique.

Le graphe



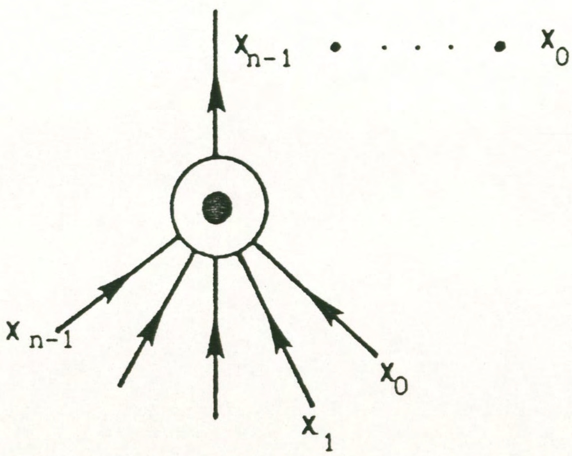
est un coeur battant générateur de courant informatif alternatif, indifféremment dessiné



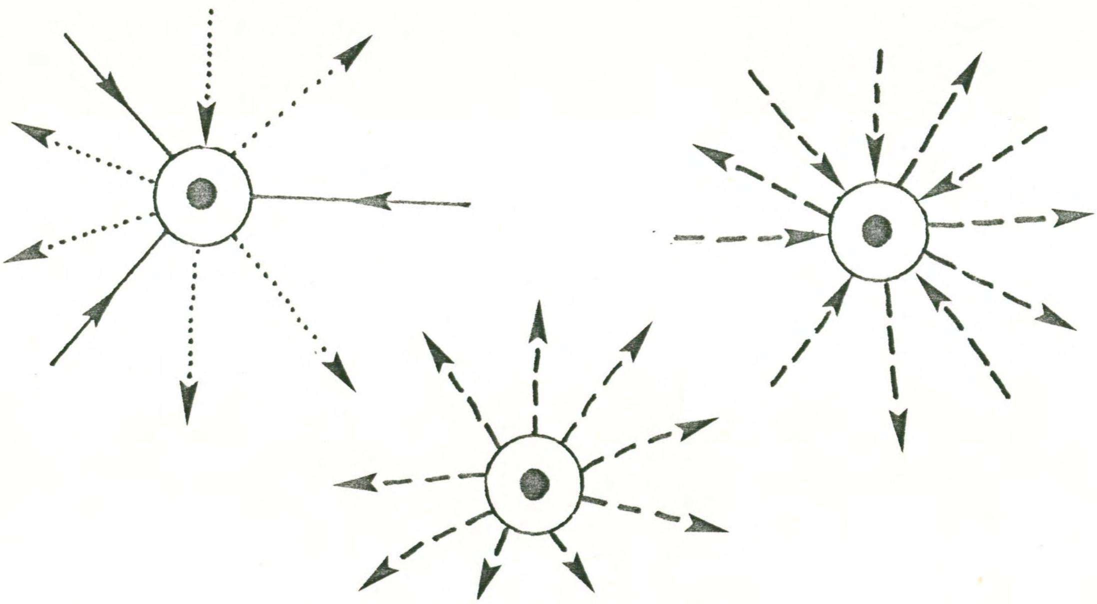
ou

$\boxed{\text{ET}}$

Les <u>conjonctions</u> encore nommées <u>ET</u> sont les sommets booliens dont la fonction est la multiplication de vérité des entrées.



Comme le produit de vérité est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul, la couleur de sortie d'une conjonction deviendra bleue si et seulement si l'une au moins des entrées est bleue. (Comme conjonction sans entrée est sans entrée bleue, la couleur de sortie d'une conjonction sans entrée deviendra rouge.)



Les conjonctions sont évidemment <u>commutatives</u>.

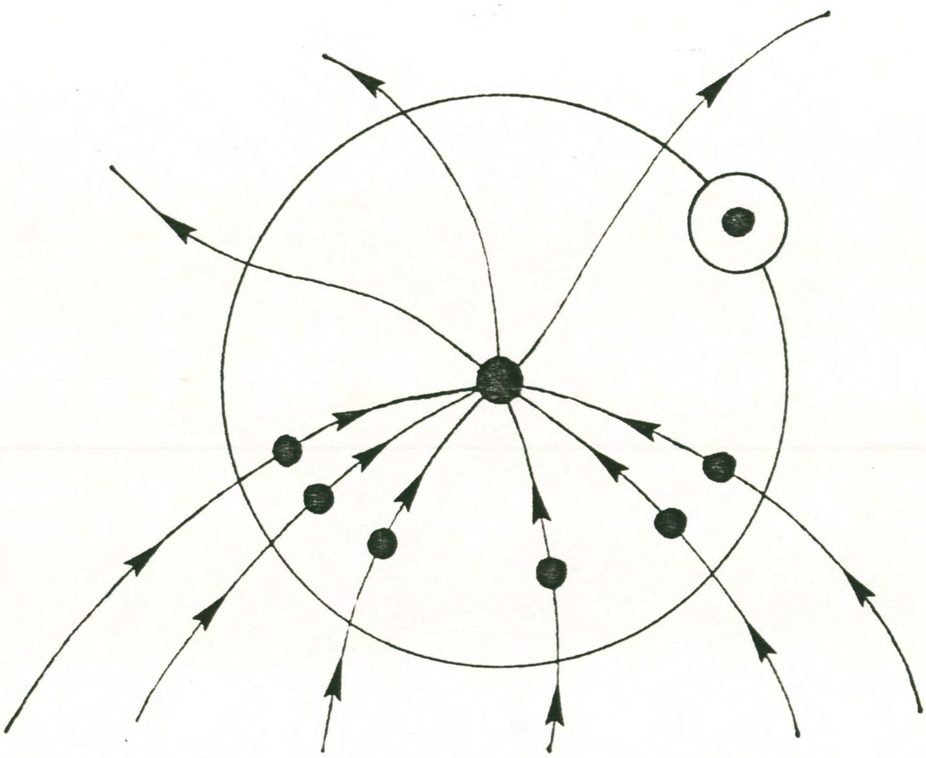
On vient de voir que tout produit de vérité à zéro facteurs est <u>UN</u> , ce qui s'écrit $x^0 = I$.

Les humoristes ayant fait remarquer que <u>nombre nul de facteurs</u> signifie la même chose que <u>nombre nul de facteurs tous nuls</u> et <u>nombre nul de facteurs tous uns</u> , les mathématiciens trouvent plaisant d'écrire ces burlesques formules vraies

$$I^0 = I \qquad\qquad 0^0 = I$$

aptes à désarçonner certains esprits sains et vertueux.

Un coup d'oeil comparatif aux dessins définissant les NI et les ET montre que la définition des <u>conjonctions</u> s'obtient à partir de la définition des sommets noirs en transposant ou <u>niant</u> les couleurs d'entrée. D'où ce montage noir des conjonctions



MONTAGE NOIR D'UNE CONJONCTION

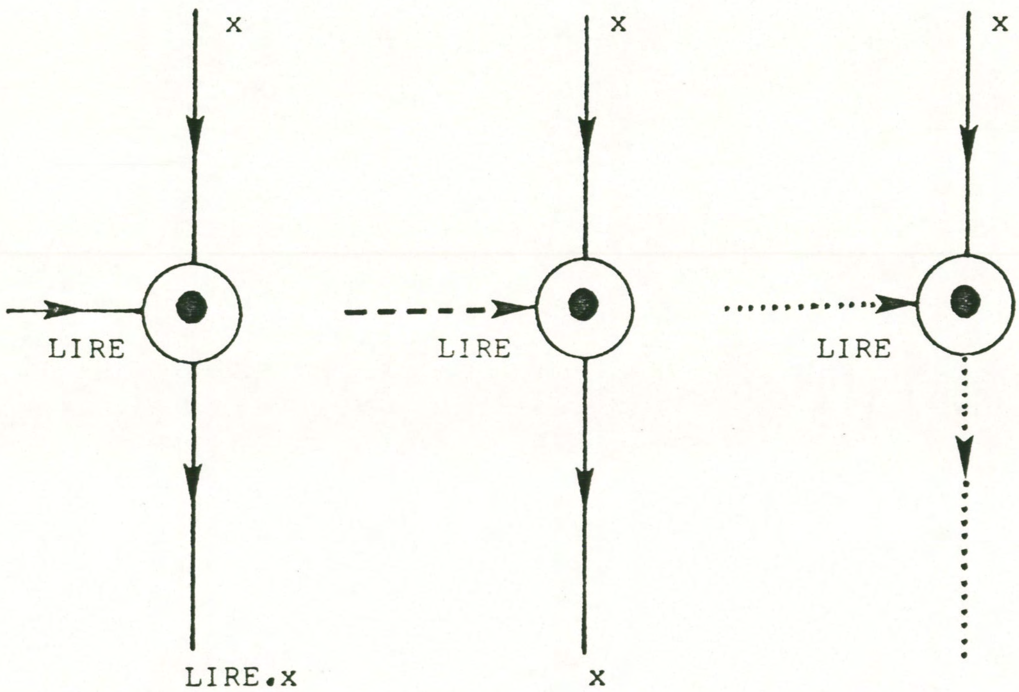
Les conjonctions à nombre non nul n d'entrées sont les fonctions de vérité codées

$$IO^{IO^n-I}$$

par le mot binaire à IO^n bits, IO...OO, constitué par un I suivi de tous des zéros.

LIRE

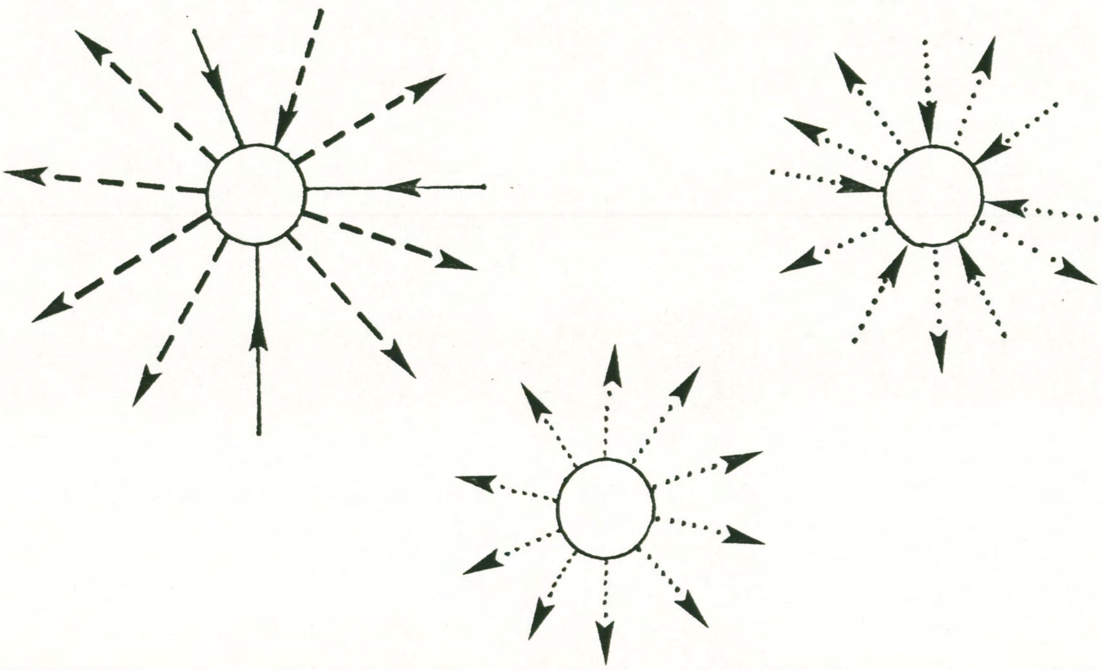
L'ordinateur lit comme en un livre, muet dès qu'on le ferme, et la conjonction est l'instrument rêvé de cette discrétion.



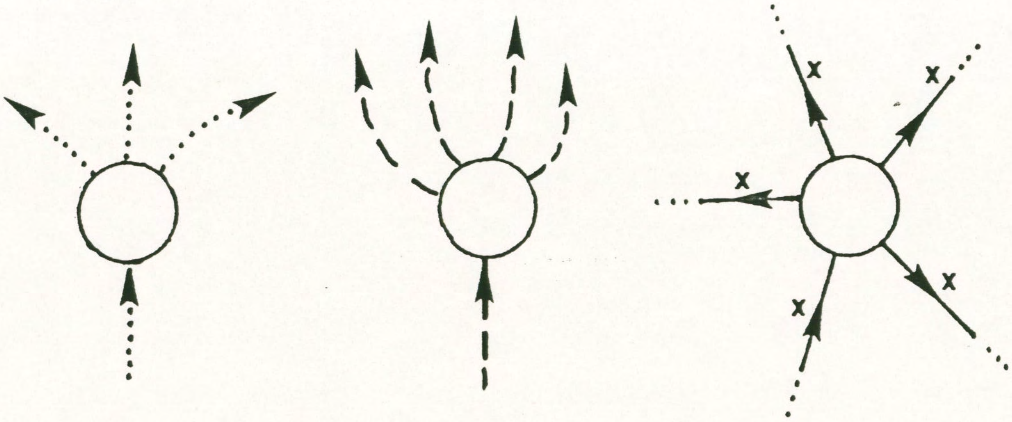
LIRE et x sont des variables prenant l'une ou l'autre des valeurs O et I et l'expression LIRE.x note leur produit.

OU

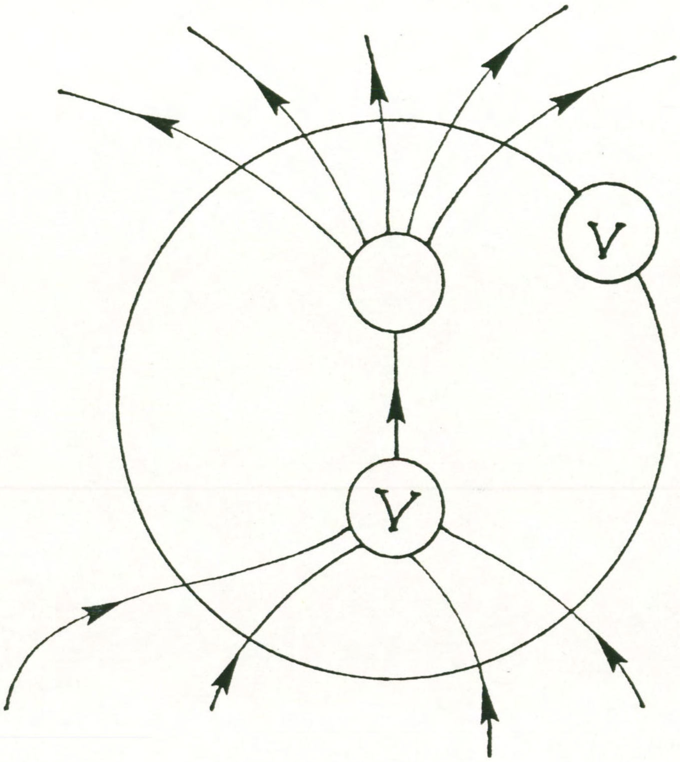
Les <u>sommets blancs</u>, parfois nommés <u>disjonctions</u>, encore dits OU sont les sommets <u>duaux</u> des conjonctions: c'est-à-dire les sommets dont la définition s'obtient en transposant les couleurs dans la définition des conjonctions, et se dessine donc



Les <u>ramifications</u> sont les sommets blancs à une seule flèche d'entrée



Tout sommet de vérité à plusieurs sorties est le <u>ramifié</u> d'un sommet de vérité à sortie unique



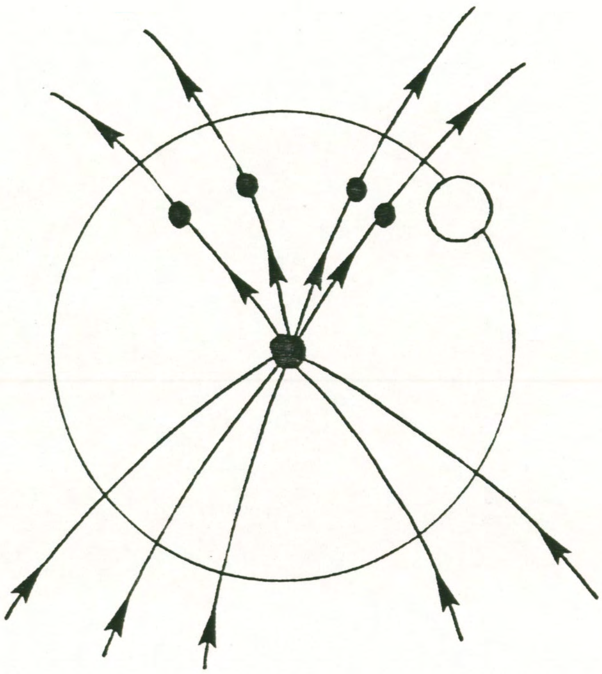
Les OU à nombre non nul <u>n</u> de flèches d'entrées sont les sommets de vérité codés

$$IO^{IO^n}-IO$$

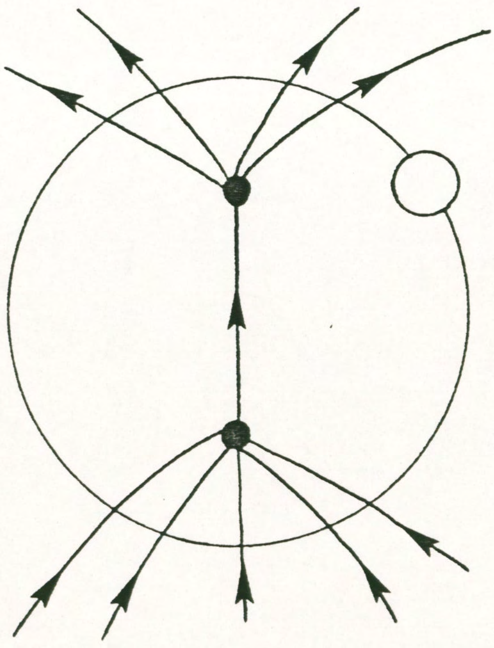
par le binaire à IO^n bits, II...IO, constitué par tous des I suivis d'un seul zéro.

LIGNES DE BUS

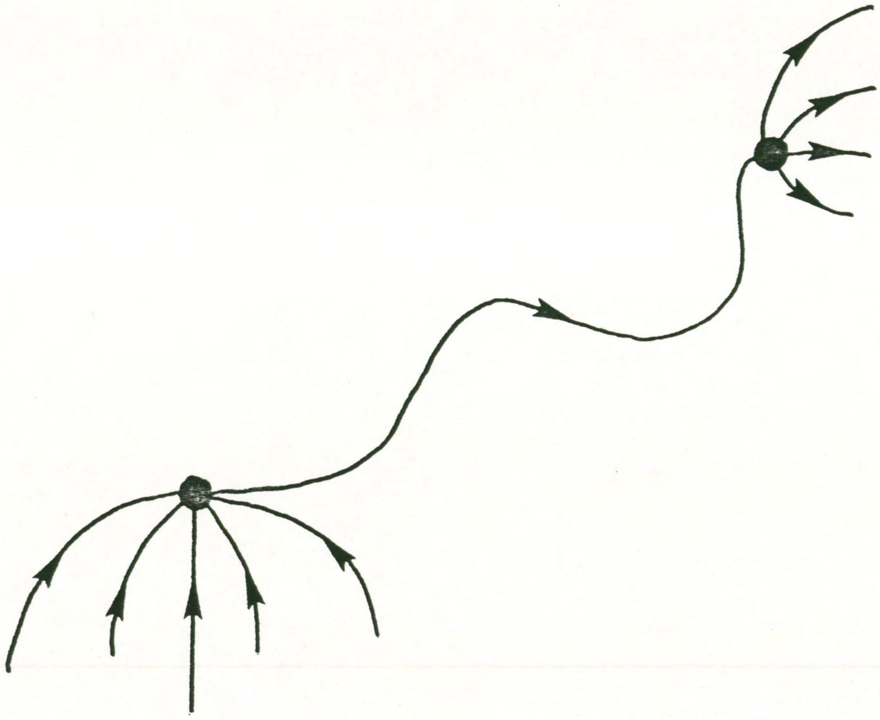
Comme on passe de la définition des sommets noirs à celle des sommets blancs en niant la couleur de sortie, voici un montage noir des sommets blancs



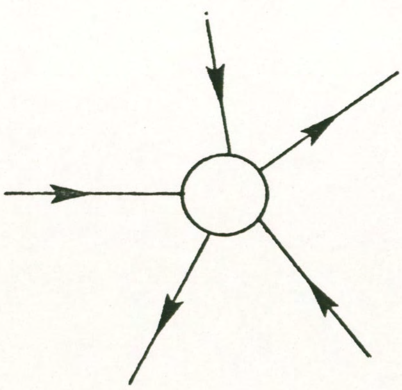
Plus économiquement



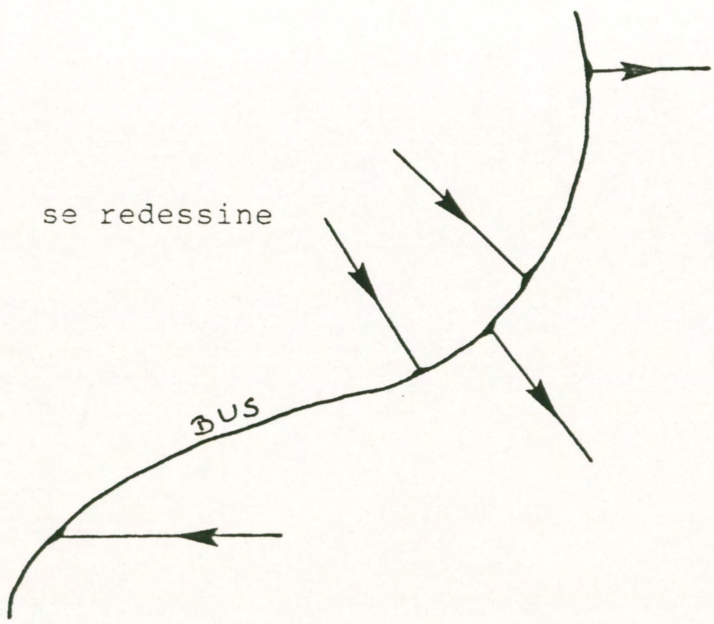
conduisant à cet OU longiline émancipé

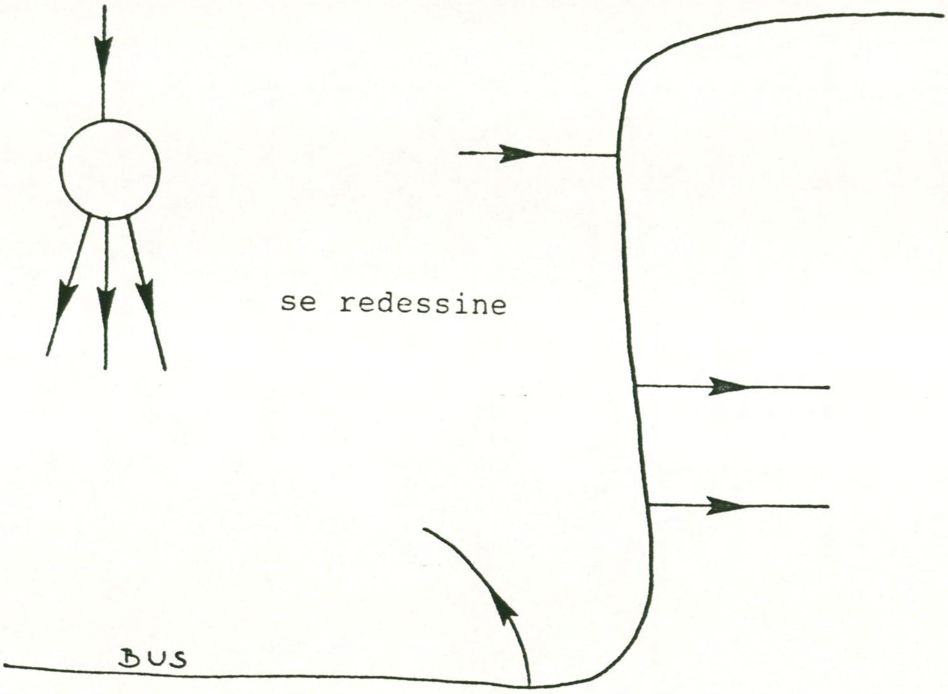


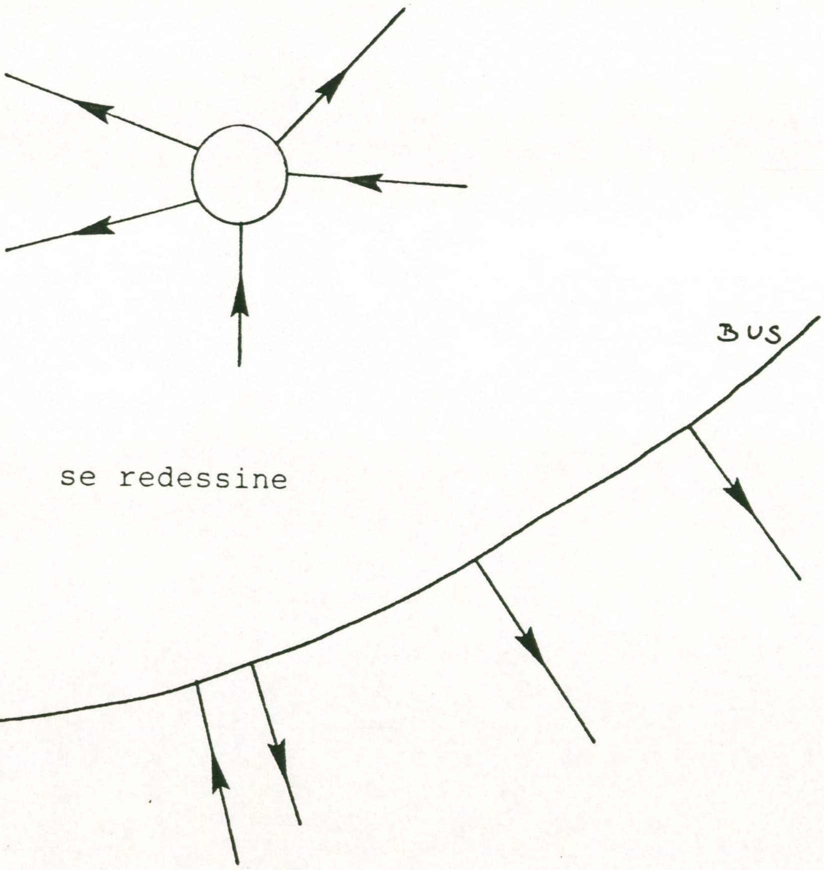
et aux lignes de bus, qui sont des OU présentés, comme annoncé au Chapitre 1, sous forme de lignes (souvent marquées BUS), propices au transport d'un bit d'information d'un bout à l'autre de la feuille de dessin.



se redessine

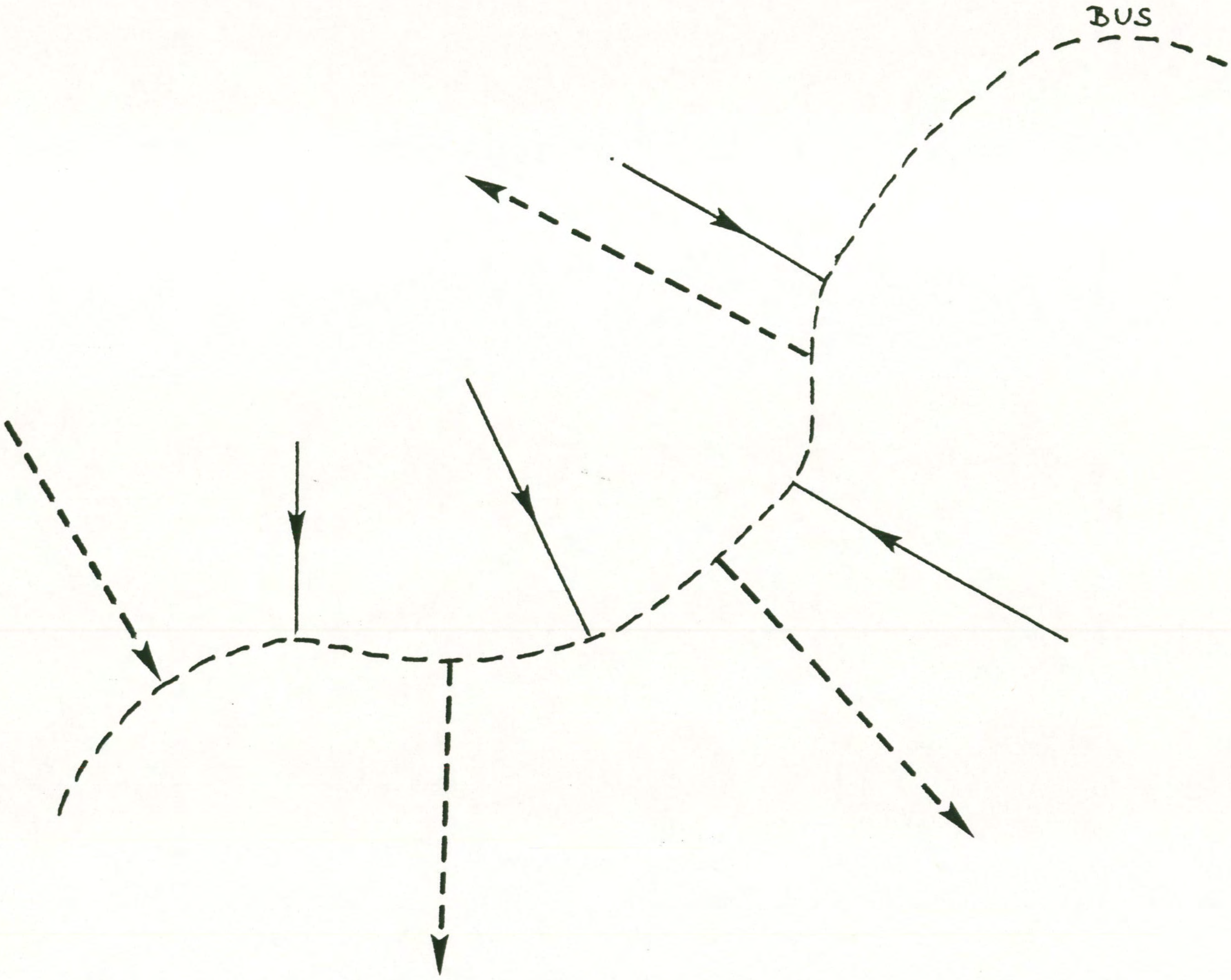




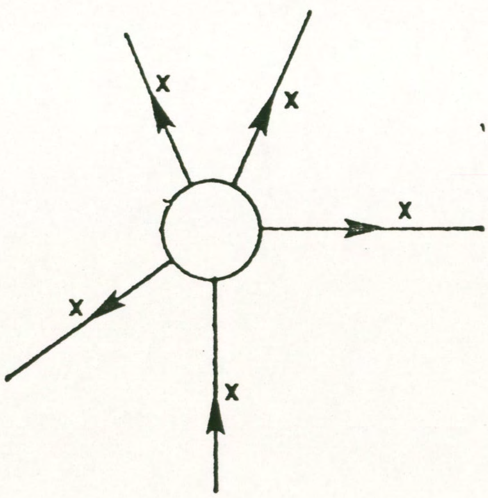


On peindra volontiers un bus en la couleur qu'il porte, transporte et dispense.

Tout le cours du bus deviendra rouge pourvu que l'un au moins de ses affluents soit rouge.



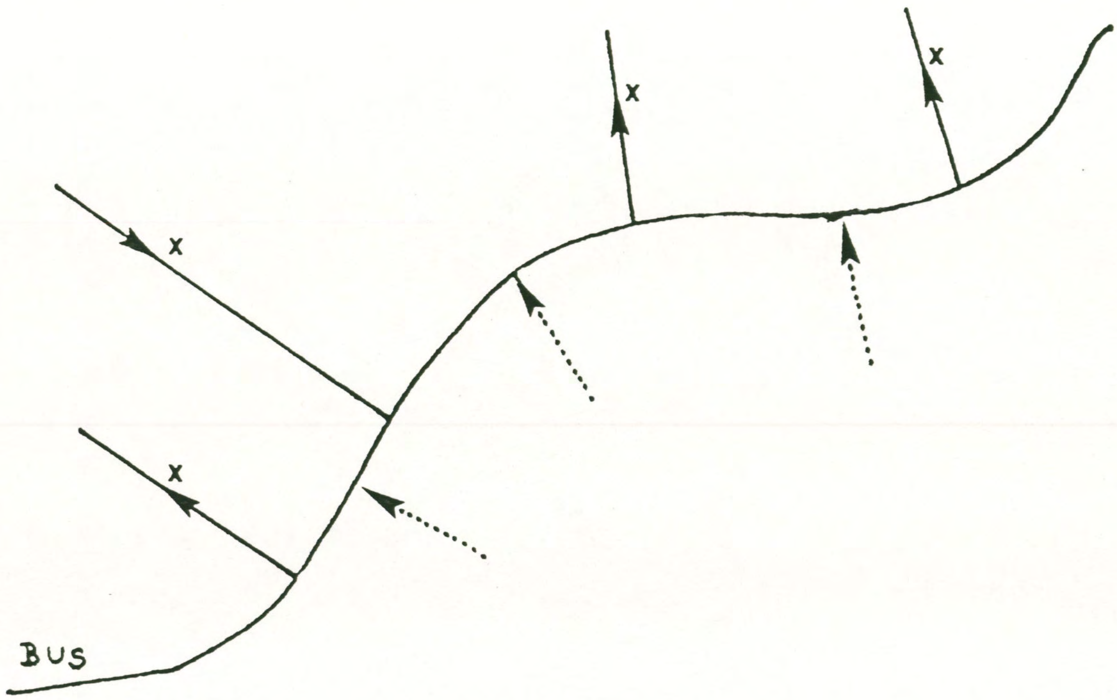
Si l'une des entrées d'un OU est x et toutes les autres bleues,



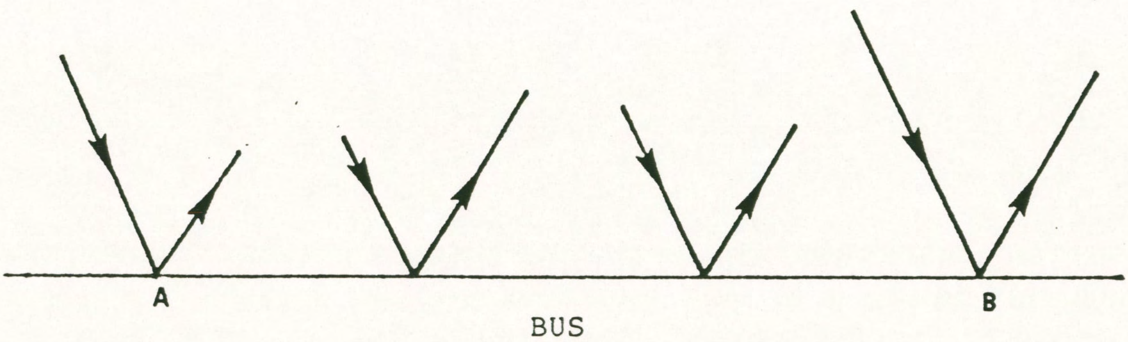
Alors la couleur de sortie deviendra x .

Si l'une des entrées d'une ligne de bus est x et toutes les autres bleues,

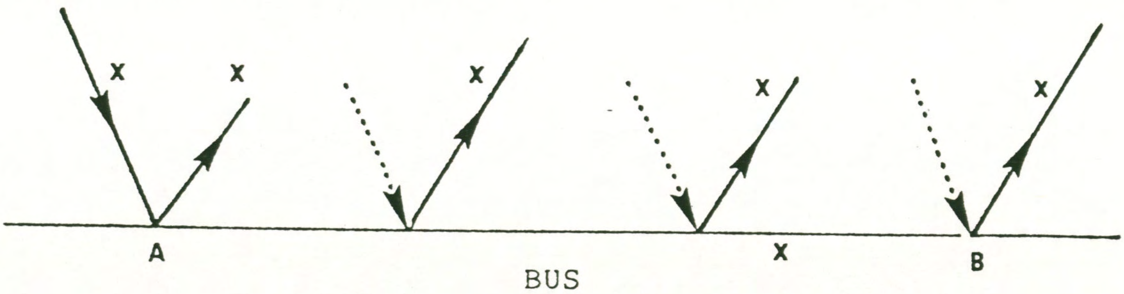
Alors la couleur débitée par toute sortie de la ligne de bus deviendra x .



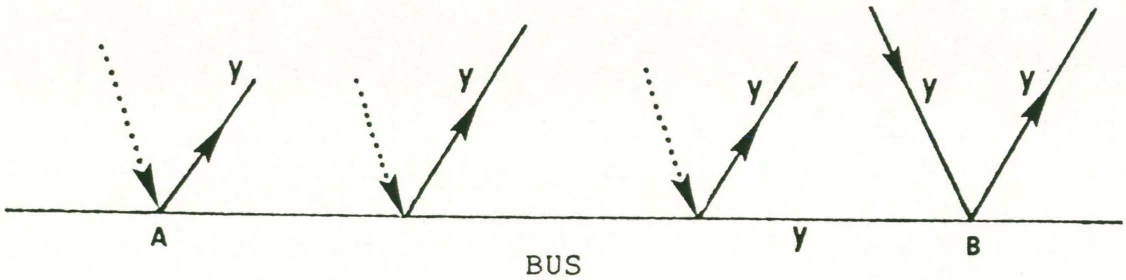
La ligne de bus, qui est une disjonction longiline, permet le transport d'un bit de chacune de ses entrées en chacune de ses sorties. Il n'est d'ailleurs pas interdit qu'en un même endroit, il y ait entrée et sortie. Comment en cette ligne de bus



Pour transporter le bit x de A en B, introduire x en A , et <u>bleu</u> en toute autre entrée.
La ligne de bus débitera x partout et notamment en B .



Comment transporter ensuite le bit y de B en A :

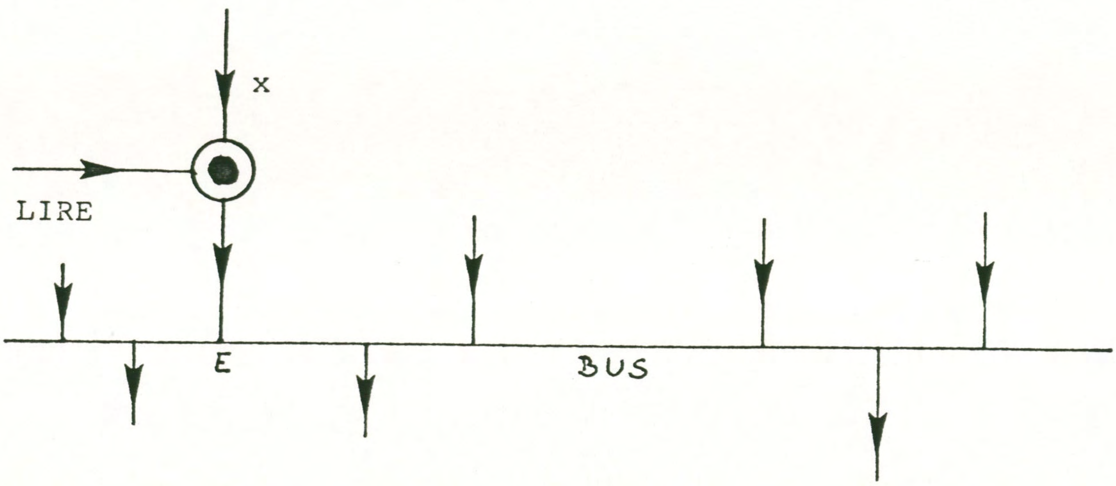


Les lignes de bus ne sont pas à sens unique. Une même ligne de bus sert au transport d'un bit de A en B et de B en A .

*

* *

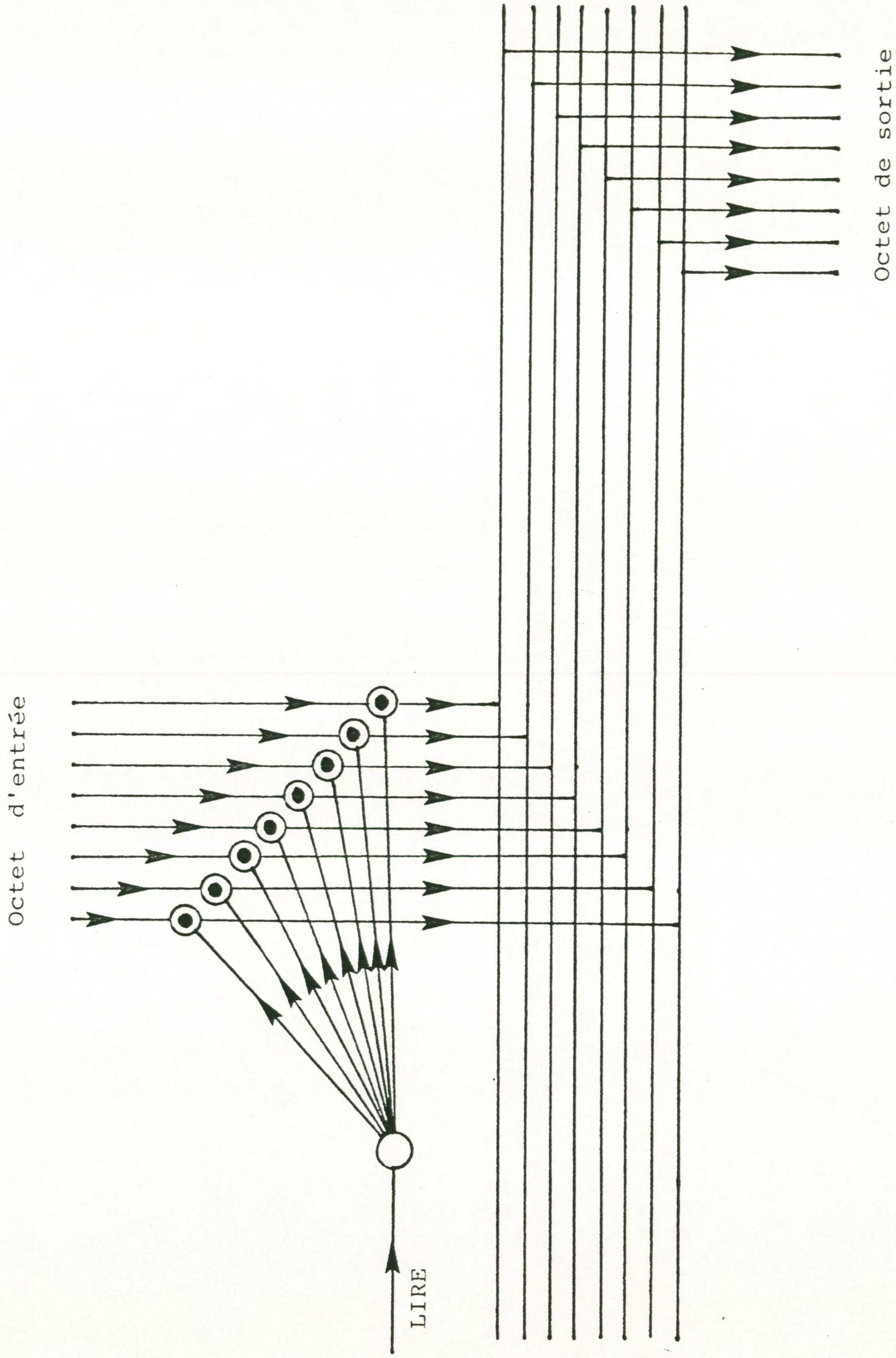
BUS



Sauf en E, toutes les entrées de cette ligne de bus étant supposées bleues, LIRE rouge <u>alimente</u> toute la ligne de bus de la couleur x , laquelle se débite à toutes les sorties.

Pour lire et transporter un <u>octet</u> ou <u>octobit</u> porté par une suite de huit flèches, on dispose d'un <u>octobus</u>, ou <u>bus</u> à huit <u>lignes</u> qui se chargent des huit lettres binaires de l'octobit à lire et transporter.

Toutes autres entrées au bus étant supposées bleues... LIRE rouge envoie l'octobit d'entrée dans le BUS qui le débite en tout octuple sortie.


Octet de sortie
Octet d'entrée
LIRE

Glorieuse destinée d'humbles serviteurs d'Aristote: en ordinateur, des OU diffusent une information lue par des ET . Comme ces sommets se montent en noir, la tâche peut s'accomplir à l'aide exclusive de sommets noirs, mais là ne se limitent pas leurs possibilités. Comme annoncé, nous verrons que <u>tout</u> le travail de l'ordinateur peut être effectué par des sommets tous noirs.

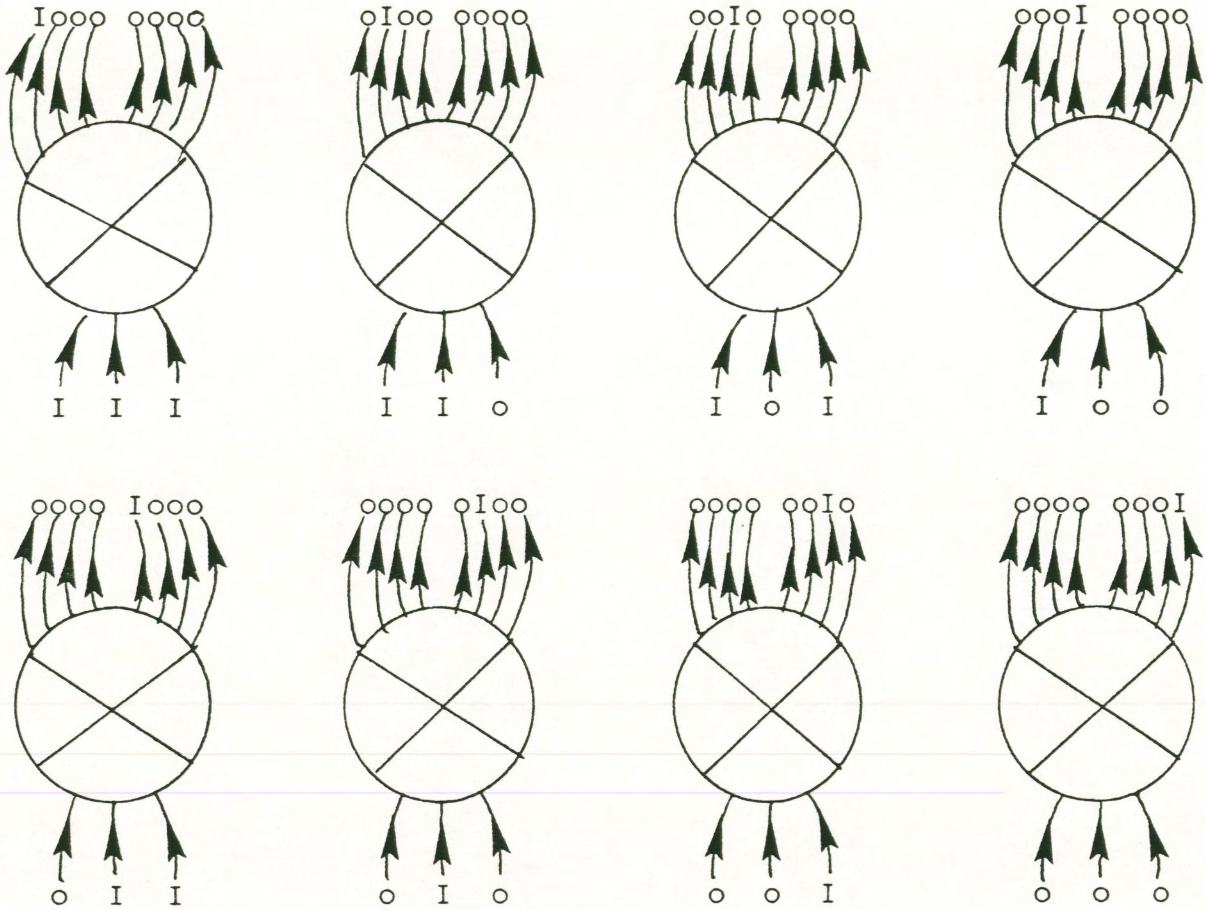
EXPONENTIEL

L'homme a conquis l'addition, la multiplication, la numération de position, l'analyse mathématique, l'exponentielle, le logarithme. Ses dix doigts ont privilégié la <u>base</u> dix et il fallut attendre Leibniz et George Boole pour qu'éclate l'importance fondamentale du <u>binaire</u>. L'ordinateur qui n'a pas dix doigts mais deux <u>valeurs de vérité</u>, inverse l'ordre historique. Négligeant les balbutiements additifs et multiplicatifs, il saute à pieds joints sur l'exponentielle de base <u>deux</u> $x \longmapsto IO^x$ dont il fera un outil majeur primordial.

<u>Exponentiel à n entrées</u> signifie sommet boolien à n entrées et 2^n sorties habité par la fonction

$$IO^n \longrightarrow IO^{IO^n} : x \longmapsto IO^x$$

Exponentiel à trois entrées :



$$\mathrm{IO}^{\mathrm{II}} \longrightarrow \mathrm{IO}^{\mathrm{IO}^{\mathrm{II}}} \; : \; x \longmapsto \mathrm{IO}^{x}$$

$$\mathrm{OOO} \longmapsto \mathrm{IO}^{\mathrm{OOO}} = \mathrm{OOOO\ OOOI}$$

$$\mathrm{OOI} \longmapsto \mathrm{IO}^{\mathrm{OOI}} = \mathrm{OOOO\ OOIO}$$

$$\mathrm{OIO} \longmapsto \mathrm{IO}^{\mathrm{OIO}} = \mathrm{OOOO\ OIOO}$$

$$\mathrm{OII} \longmapsto \mathrm{IO}^{\mathrm{OII}} = \mathrm{OOOO\ IOOO}$$

$$\mathrm{IOO} \longmapsto \mathrm{IO}^{\mathrm{IOO}} = \mathrm{OOOI\ OOOO}$$

$$\mathrm{IOI} \longmapsto \mathrm{IO}^{\mathrm{IOI}} = \mathrm{OOIO\ OOOO}$$

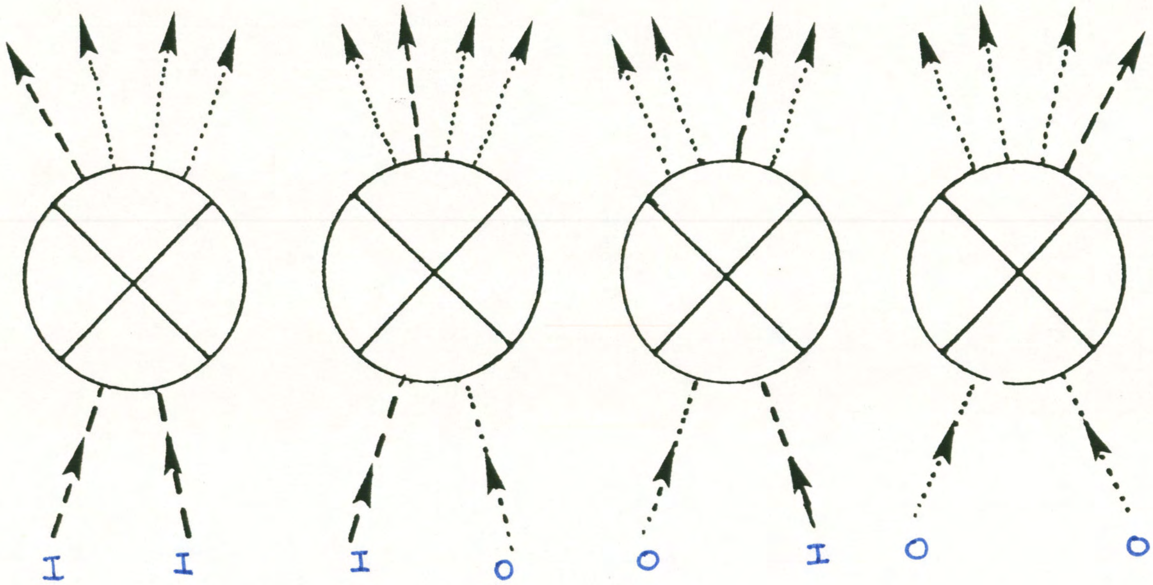
$$\mathrm{IIO} \longmapsto \mathrm{IO}^{\mathrm{IIO}} = \mathrm{OIOO\ OOOO}$$

$$\mathrm{III} \longmapsto \mathrm{IO}^{\mathrm{III}} = \mathrm{IOOO\ OOOO}$$

Problème : Monter l'exponentiel en graphe noir:

C'est-à-dire: construire un graphe à sommets tous noirs, qui soit sommet exponentiel par oubli de son graphe interne.

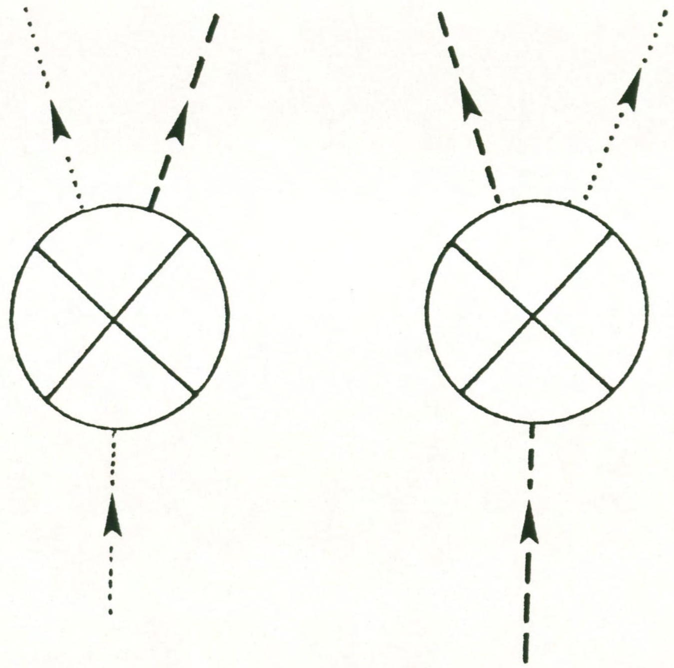
A cet effet, examinons de plus près l'exponentiel à deux entrées,



$IO^{IO} \longrightarrow IO^{IO^{IO}}$: $x \longmapsto IO^x$

$$OO \longmapsto IO^{OO} = OOOI$$
$$OI \longmapsto IO^{OI} = OOIO$$
$$IO \longmapsto IO^{IO} = OIOO$$
$$II \longmapsto IO^{II} = IOOO$$

et finalement l'exponentiel à une seule entrée



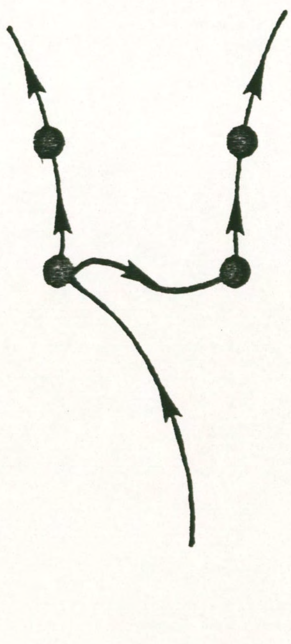
$$IO^I \longrightarrow IO^{IO^I} \quad : x \longmapsto IO^x$$

$$0 \longmapsto IO^0 = OI$$

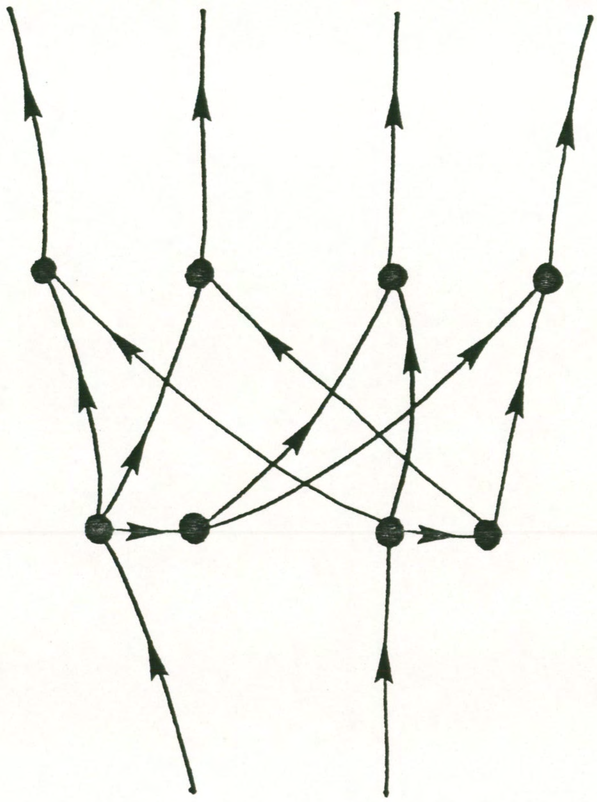
$$I \longmapsto IO^I = IO$$

monté en noir

ou encore



ce dernier aussitôt généralisé...



Exponentiel à deux entrées

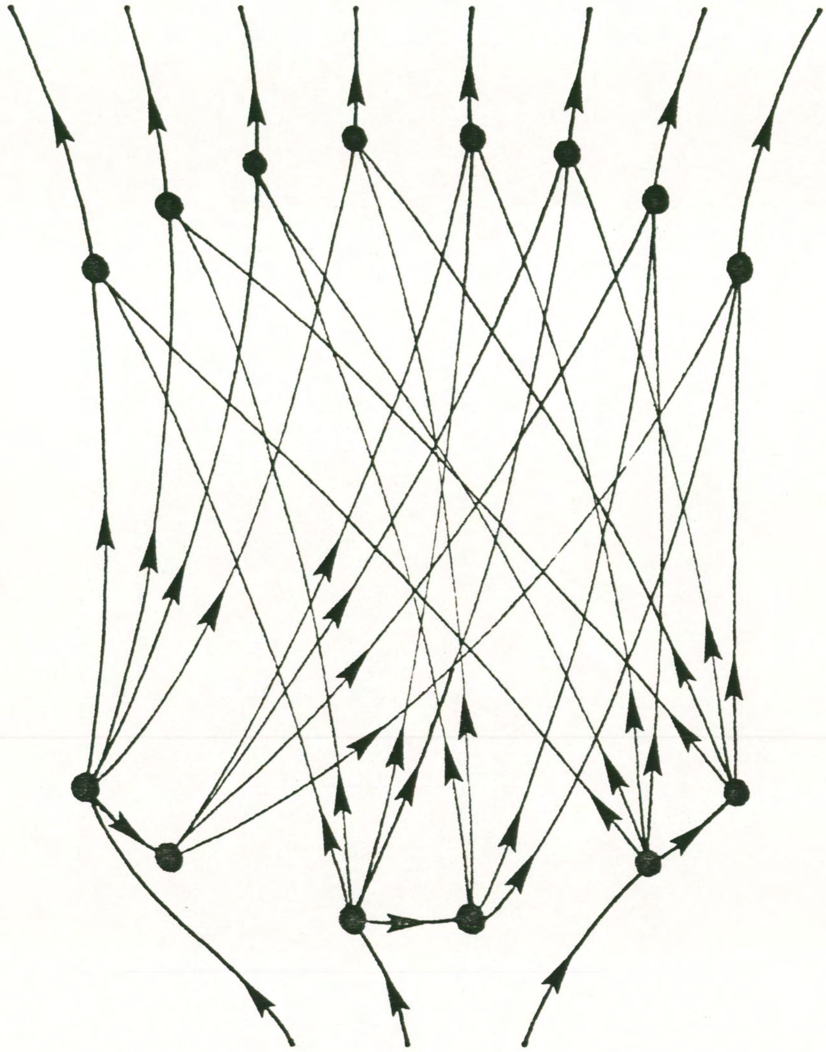
$$\mathrm{IO}^{\mathrm{IO}} \longrightarrow \mathrm{IO}^{\mathrm{IO}^{\mathrm{IO}}} \ : \ x \longmapsto \mathrm{IO}^{x}$$

$$\mathrm{OO} \longmapsto \mathrm{IO}^{\mathrm{OO}} = \mathrm{OOOI}$$

$$\mathrm{OI} \longmapsto \mathrm{IO}^{\mathrm{OI}} = \mathrm{OOIO}$$

$$\mathrm{IO} \longmapsto \mathrm{IO}^{\mathrm{IO}} = \mathrm{OIOO}$$

$$\mathrm{II} \longmapsto \mathrm{IO}^{\mathrm{II}} = \mathrm{IOOO}$$



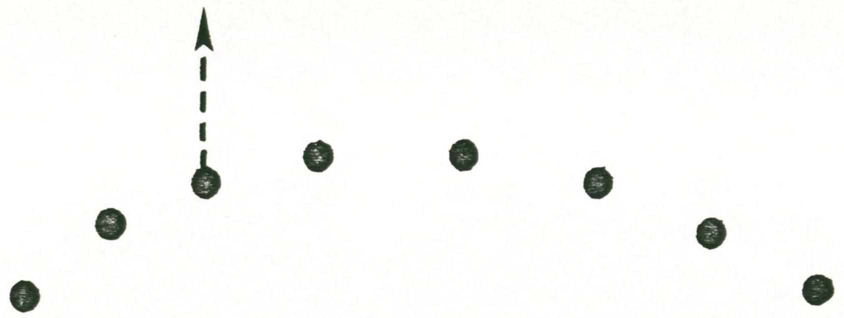
Exponentiel à 3 entrées

$$\mathrm{I000} = \mathrm{I0}^{\mathrm{II}} \longrightarrow \mathrm{I0}^{\mathrm{I0}^{\mathrm{II}}} = \mathrm{I\ 0000\ 0000}$$

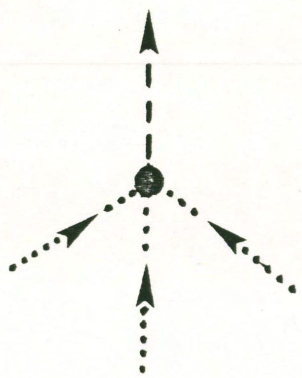
000	$\longmapsto$	0000 000I
00I	$\longmapsto$	0000 00I0
0I0	$\longmapsto$	0000 0I00
0II	$\longmapsto$	0000 I000
I00	$\longmapsto$	000I 0000
I0I	$\longmapsto$	00I0 0000
II0	$\longmapsto$	0I00 0000
III	$\longmapsto$	I000 0000

Démonstration:

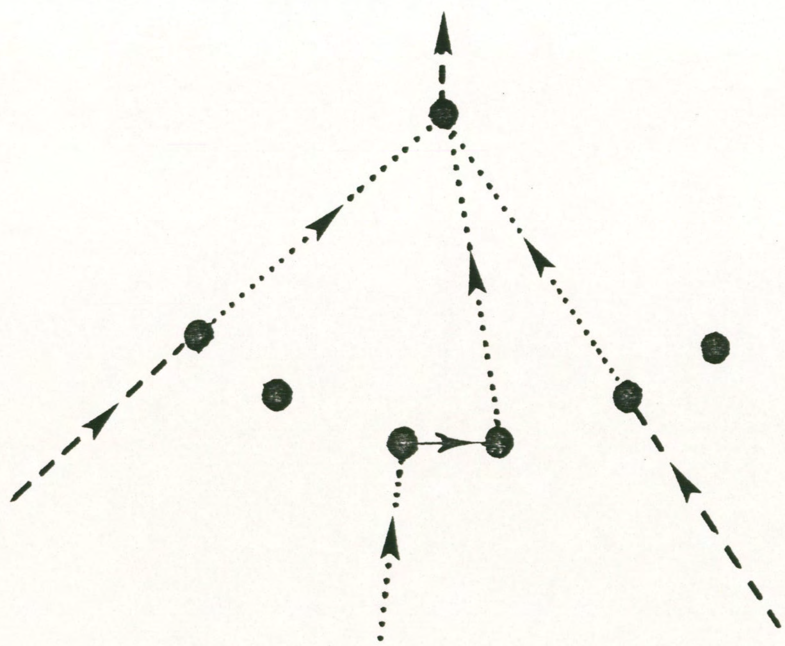
Fixant les idées, la sortie numérotée IOI deviendra rouge



si et seulement si les trois flèches aboutissant en son origine noire sont bleues

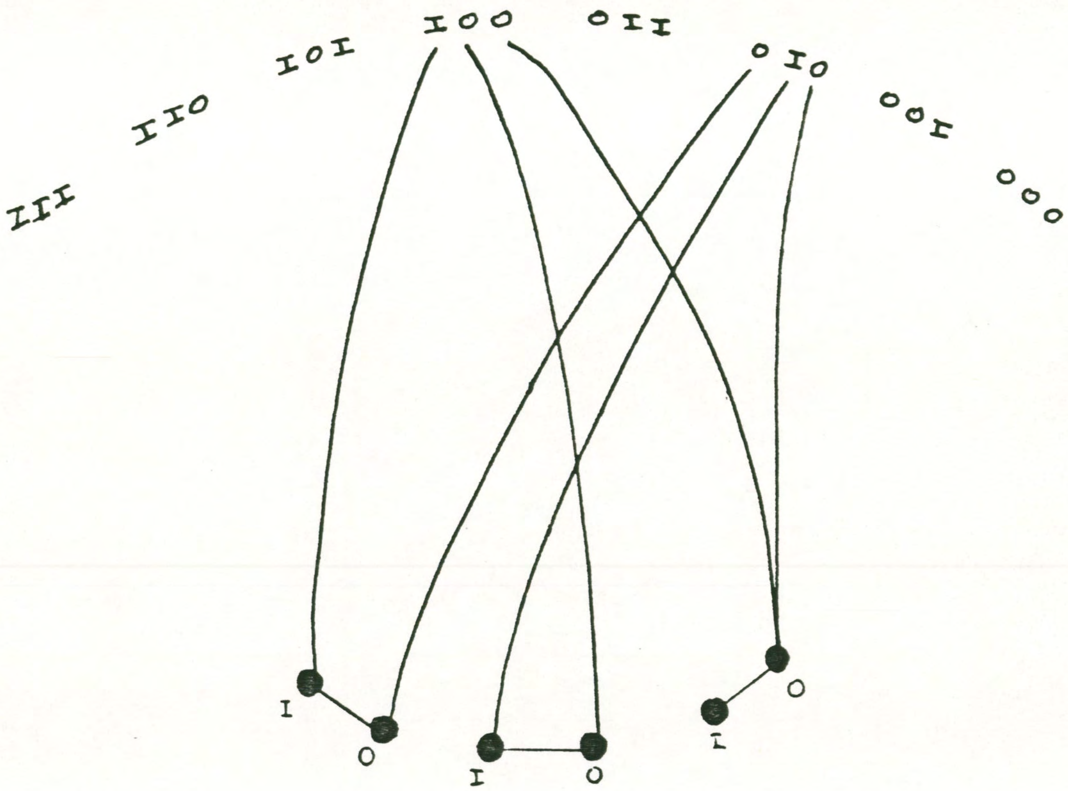


c'est-à-dire si et seulement si



l'entrée est bien IOI ■

Ce montage noir de l'exponentiel à n entrées est un simple mais édifiant exercice d'écriture binaire schématisé

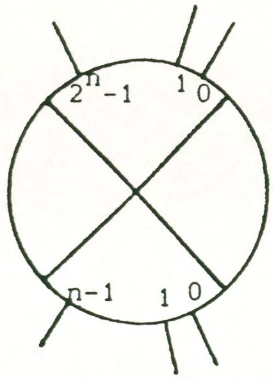


Les n entrées d'un exponentiel à n entrées se numérotent naturellement de 0 à n-1

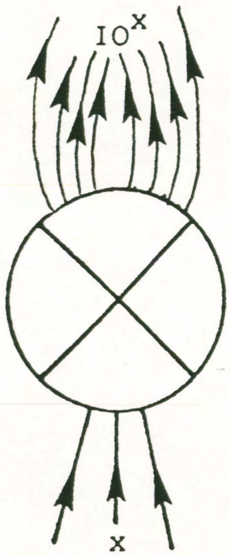
n-1 n-2 . . . 2 1 0

Les 2^n sorties d'un exponentiel à n entrées se numérotent de même, comme on vient de le voir plus haut, de 0 à 2^n-1

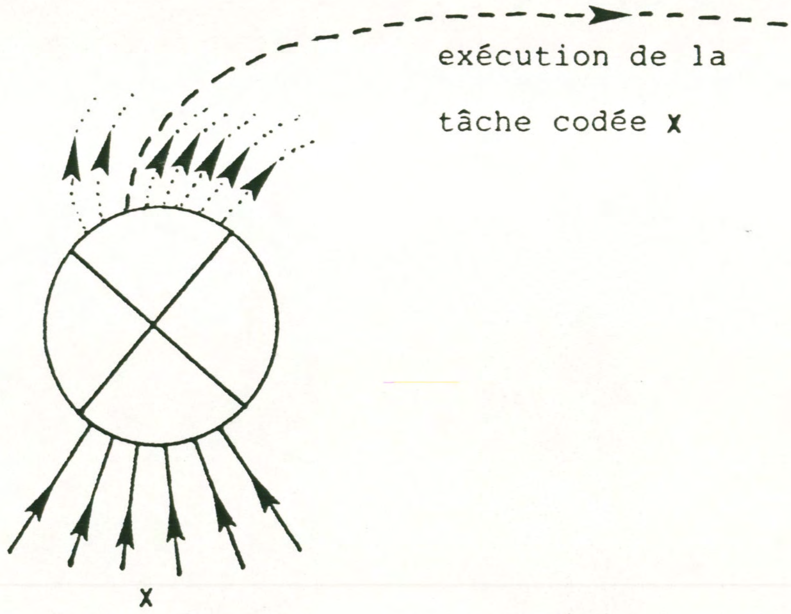
2^n-1 2^n-2 . . . 2 1 0



En exponentiel à n entrées, l'introduction du coloriage $x \in IO^n$ cause le coloriage de sortie IO^x par l'allumage de la flèche de sortie numérotée x et l'extinction de toutes les autres.

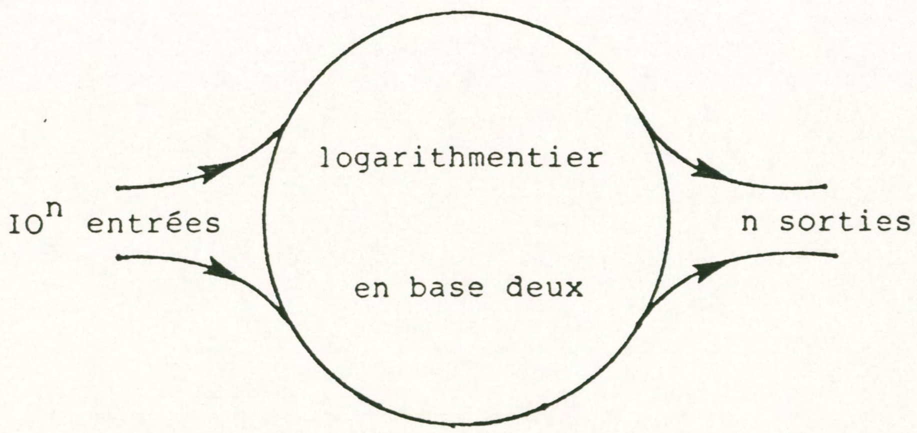


D'où la possibilité d'utiliser l'exponentiel comme décodeur: l'introduction du coloriage d'entrée x cause l'allumage de la flèche de sortie numérotée x et l'extinction de toutes les autres. Supposant l'allumage de la sortie numérotée x apte à assurer l'exécution de la tâche codée x , l'introduction du coloriage d'entrée x qui cause l'allumage de la sortie numérotée x et l'extinction de toutes les autres provoque bien la réalisation de l'instruction codée x .



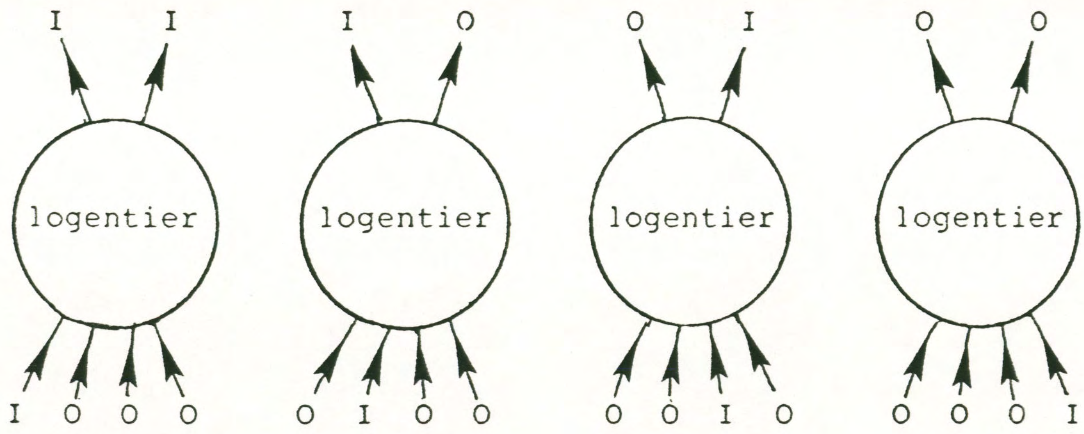
LOGARITHME

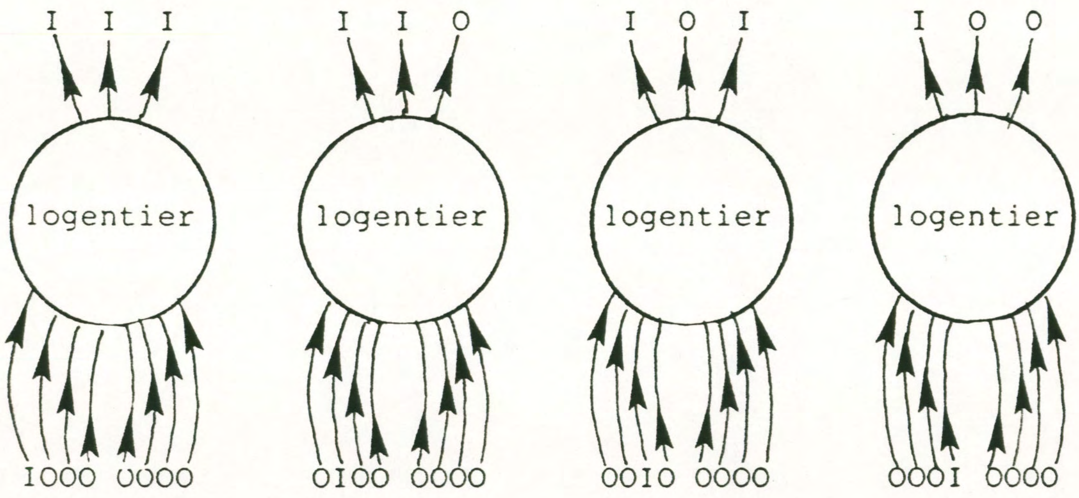
<u>Problème</u>: Monter en graphe noir un <u>logarithmentier</u> (ou <u>exponentiel retourné</u> ou <u>logarithme de base IO restreint aux puissances de IO</u>), le tout exprimé en binaire:

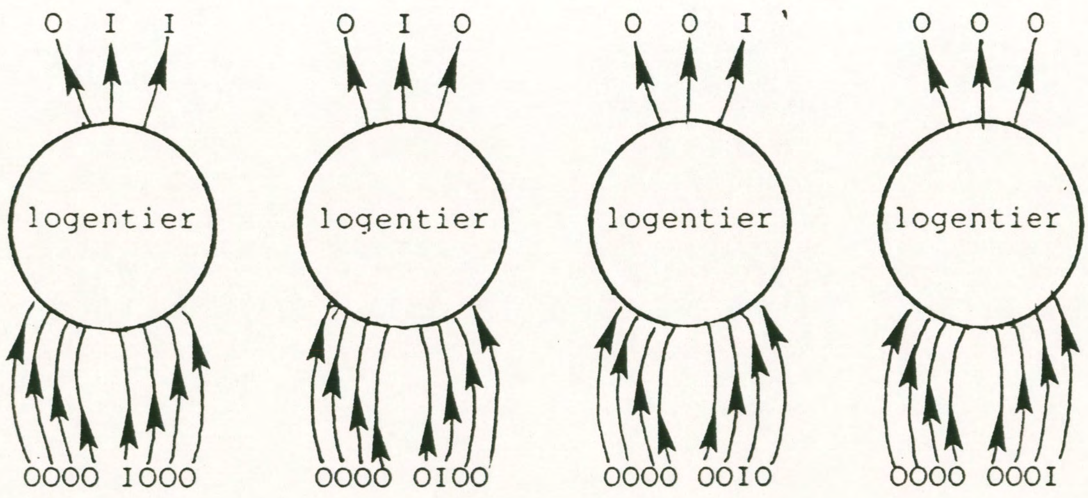


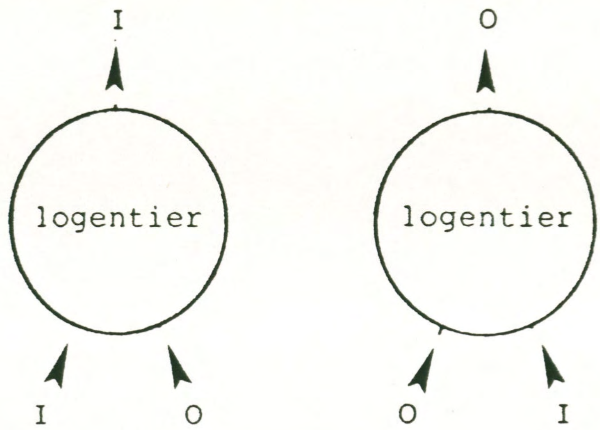
$$IO^{IO^n} \longrightarrow IO^n$$

vérifiant $IO^x \longmapsto x$ explicité ci-après





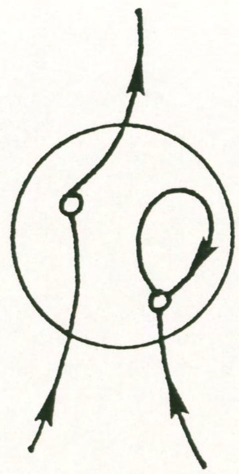




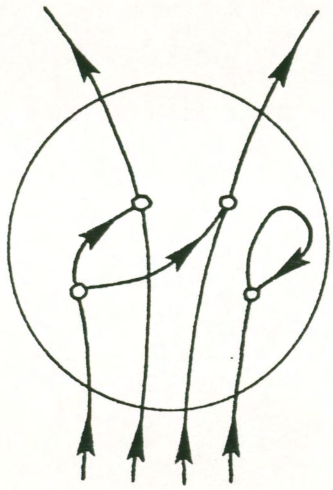
Une fonction boolienne à IO^n flèches d'entrée est déterminée par les valeurs qu'elle prend en les IO^{IO^n} coloriages d'entrée. Comme on nous demande ici de monter un sommet boolien à IO^n entrées en n'imposant des valeurs de sorties qu'aux IO^n coloriages d'entrée à une seule flèche rouge, le problème posé admet beaucoup de solutions. Nous nous bornerons à en montrer une, privilégiée à maints égards.

Comme on sait déjà monter en noir les sommets blancs, les montages blancs présentés ci-dessous répondent au problème.

I sortie $\qquad$ IO^I entrées



Logarithmentier à IO flèches de sortie et IO^{IO} flèches d'entrée:



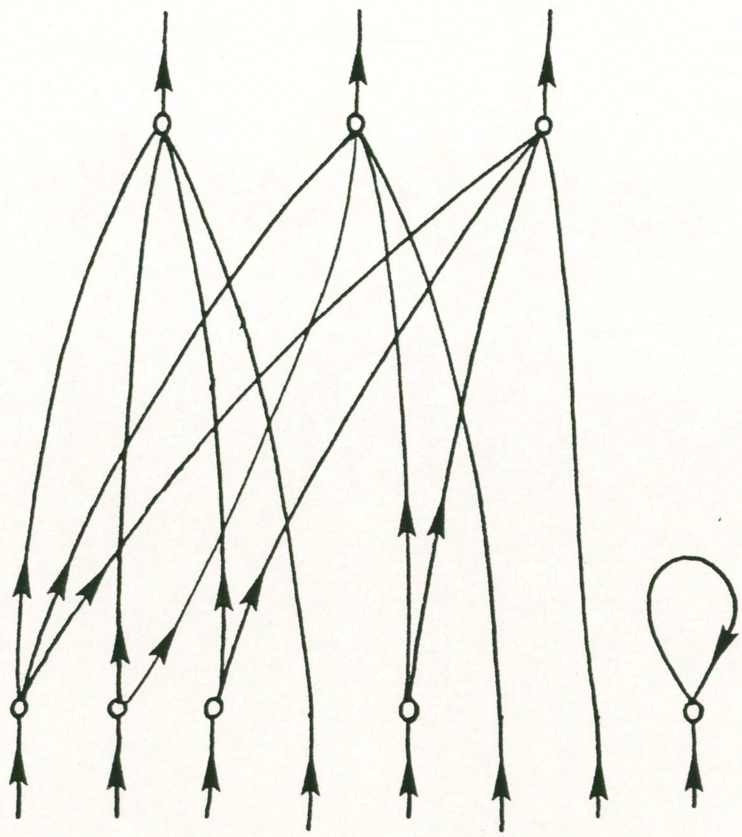
$$0001 = IO^{00} \longmapsto 00$$

$$0010 = IO^{0I} \longmapsto 0I$$

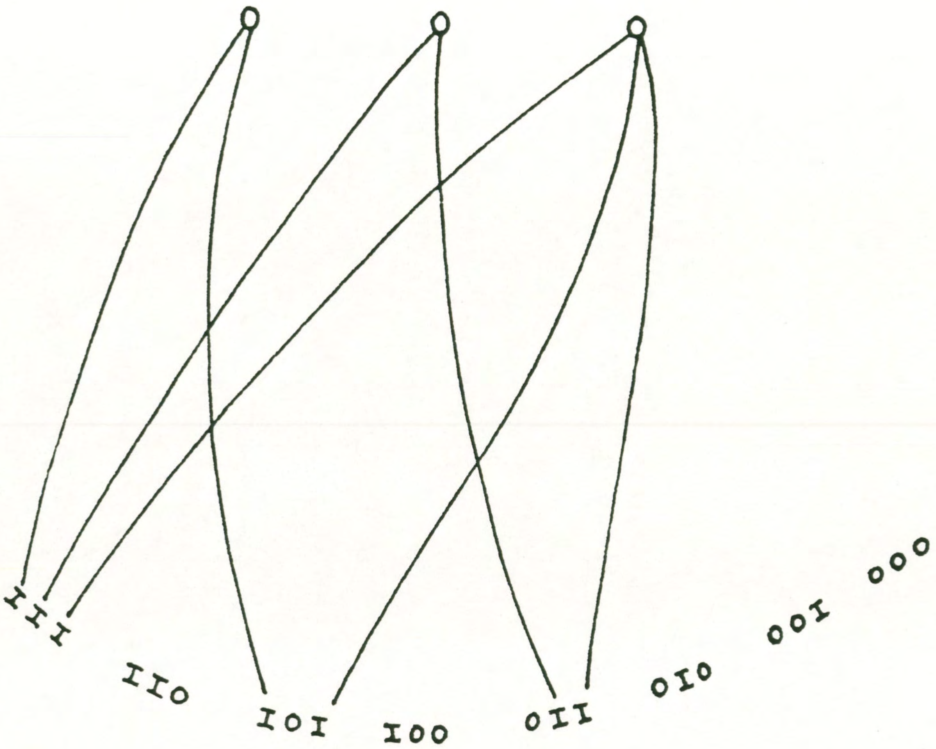
$$0100 = IO^{I0} \longmapsto I0$$

$$I000 = IO^{II} \longmapsto II$$

Logarithmentier à II flèches de sortie et IO^{II} flèches d'entrée:



Ces montages blancs de sommets booliens pouvant servir de support par restriction aux logarithmes entiers constituent un exercice très simple d'écriture binaire esquissé ci-dessous.



CODAGE ET DECODAGE

Le logarithmentier à n flèches de sortie

et donc IO^n flèches d'entrée

$$IO^{IO^n} \longrightarrow IO^n$$

respectant $$IO^x \longmapsto x$$

<u>code</u> chacune des IO^n flèches d'entrée en lui attribuant comme mot de code le binaire qui la numérote

IO^{III}	IO^{IIO}	IO^{IOI}	IO^{IOO}	IO^{OII}	IO^{OIO}	IO^{OOI}	IO^{OOO}
7	6	5	4	3	2	1	0
III	IIO	IOI	IOO	OII	OIO	OOI	OOO

ce qui nous ramène à l'étymologie même du logarithme

logos arithmos

le mot du nombre

ici

le mot binaire du nombre naturel

La terminologie adoptée remet l'église au milieu du village de la mathématique en préférant

exponentiel et logarithmentier

à

décodeur et codeur

La définition du logarithmentier se restreint en principe aux coloriages d'entrée à une seule flèche rouge. En les booliens <u>logentiers</u> construits, l'effet produit en allumant <u>plusieurs</u> flèches d'entrée est cumulatif, allumant simultanément toutes les flèches de sortie que ces flèches d'entrée auraient allumées séparément.

OOOO, OOOI	$\longmapsto$	OO
OOIO, OOII	$\longmapsto$	OI
OIOO, OIOI	$\longmapsto$	IO
OIIO, OIII, IOOO, IOOI, IOIO, IOII, IIOO, IIOI, IIIO, IIII	$\longmapsto$	II

*

* *

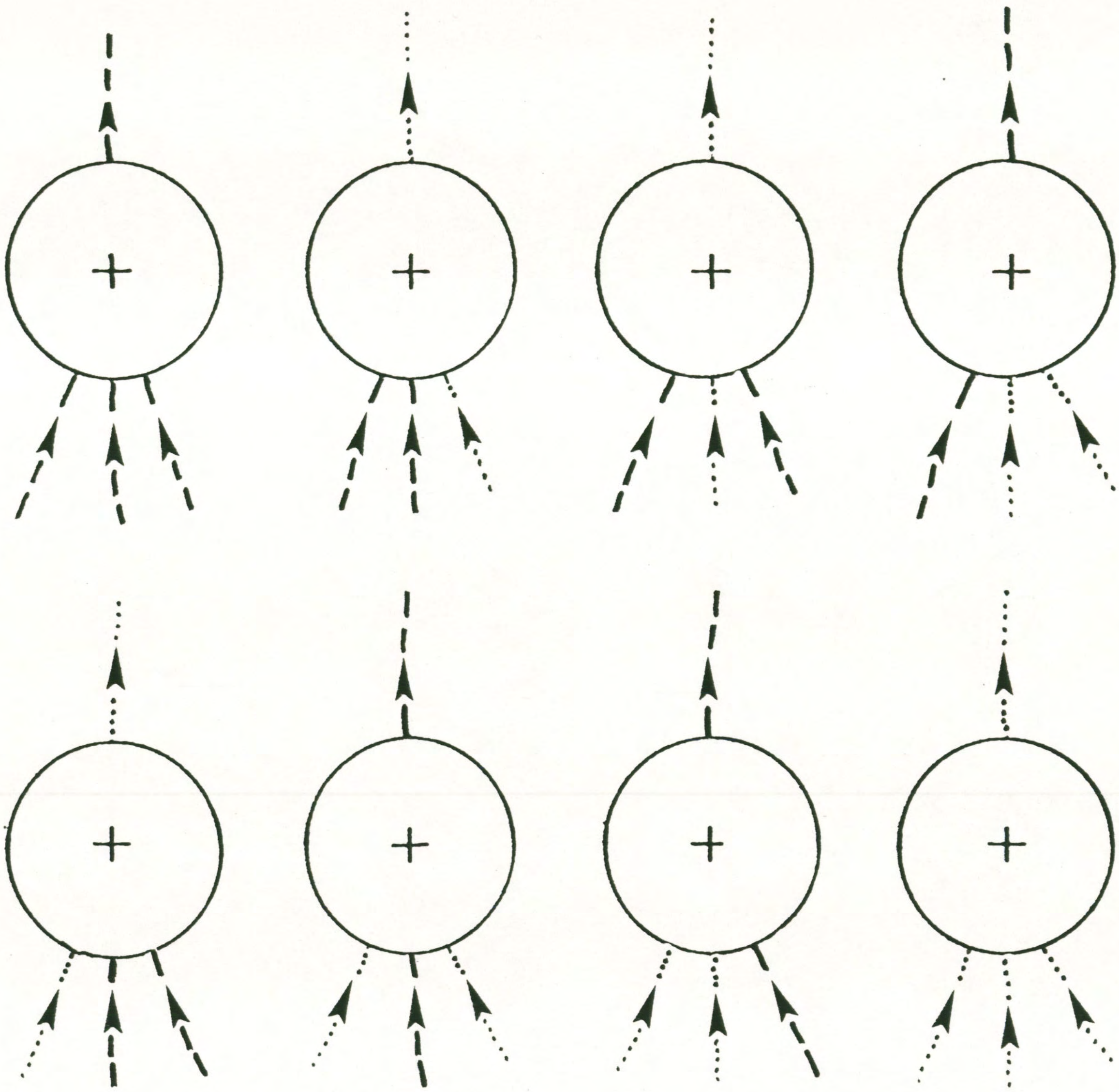
Il est temps de passer à la démonstration de la propriété annoncée:

$\boxed{\text{Tout sommet boolien se monte en noir:}}$

On commencera par établir que

<u>Tout sommet de vérité se monte en noir</u>.

en faisant comprendre une méthode générale de montage noir de tout sommet de vérité par le traitement du cas particulier, d'ailleurs important en soi, de <u>l'addition de vérité</u> à trois flèches d'entrées, déjà évoquée dans cet exposé et dont la définition se dessine

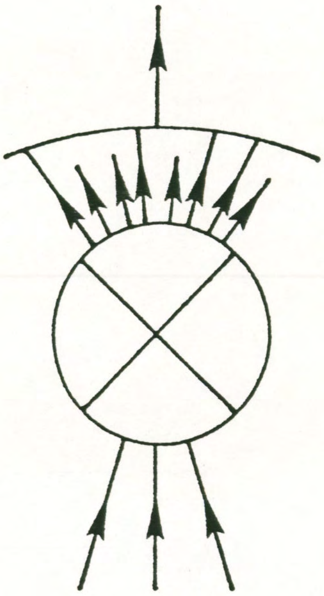


L'addition de vérité est l'addition des nombres naturels, écrite en binaire, <u>restreinte au chiffre des unités</u>, tant pour les <u>sommands</u> (ou <u>termes</u>) que pour la <u>somme</u>.

I	I	I	I	O	O	O	O
I	I	O	O	I	I	O	O
+ I	+ O	+ I	+ O	+ I	+ O	+ I	+ O
I	O	O	I	O	I	I	O

MONTAGE NOIR DE L'ADDITIONNEUR DE VERITE A TROIS ENTREES.

L'additionneur de vérité se monte en plaçant à l'entrée un exponentiel à trois entrées (et huit sorties) et à la sortie un OU longiline à sortie unique irrigué par les sorties de l'exponentiel numérotées par les naturels à trois bits en lesquels l'addition de vérité à trois termes vaut I



1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0

c'est-à-dire en branchant la <u>broche</u> de l'additionneur de vérité à trois entrées, codée IOOI OIIO sur la sortie d'un exponentiel à trois entrées

ADDITIONNEUR DE VERITE

Comme exponentiels et disjonctions se montent en noir, on a bien prouvé la

Proposition: Tout sommet de vérité se monte en noir■

Il est maintenant facile d'établir la proposition annoncée

Proposition: Tout sommet boolien se monte en noir:

Nous procéderons comme pour la preuve précédente en exposant la démonstration générale par le traitement d'un cas particulier important en soi:

MONTAGE DE L'ADDITIONNEUR NATUREL ELEMENTAIRE (ANE)

... qui calcule en binaire les sommes naturelles de trois valeurs de vérité.

I	I	I	I	O	O	O	O
I	I	O	O	I	I	O	O
I	O	I	O	I	O	I	O
II	IO	IO	OI	IO	OI	OI	OO

ce que synthétise la formule littérale

x

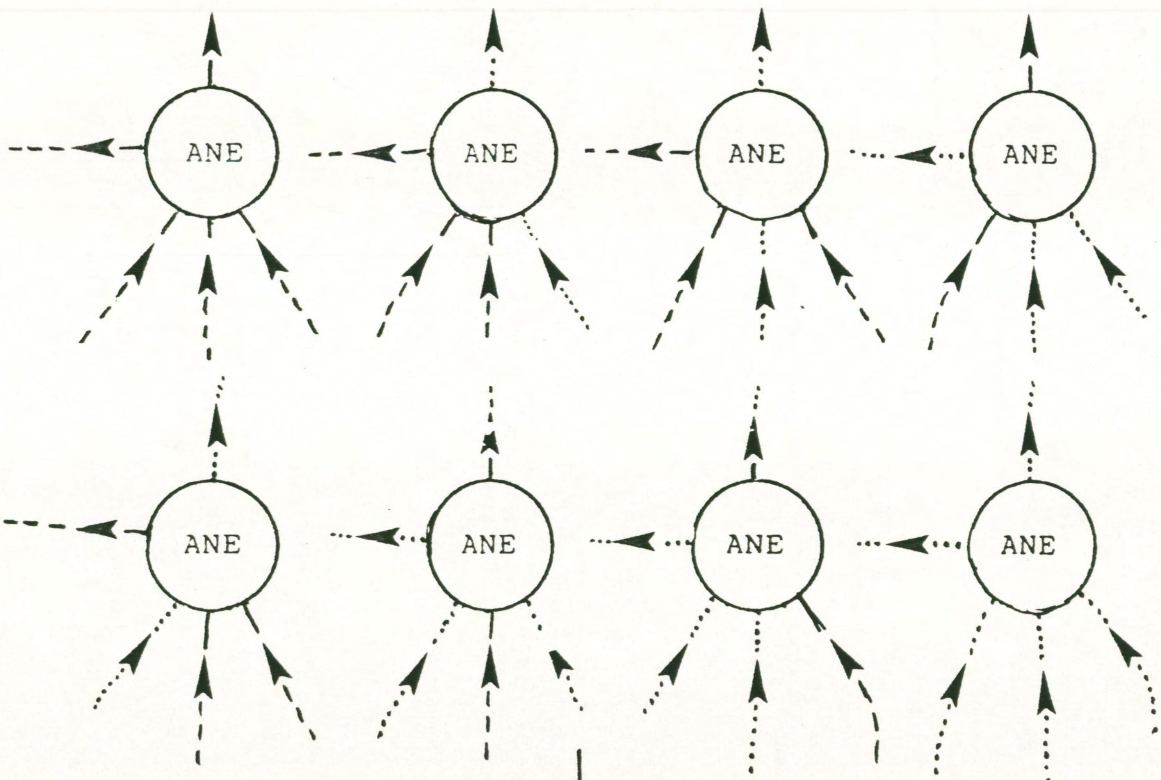
y

z

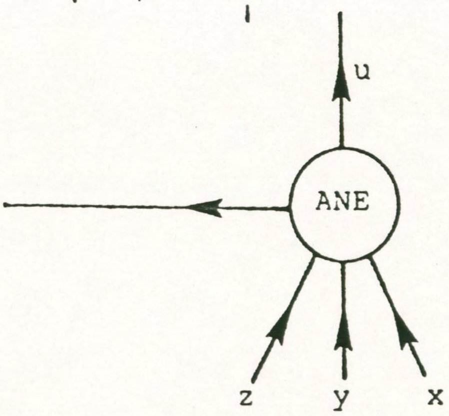
du

où du écrit en binaire la somme naturelle des trois valeurs de vérité x y z . De manière précise, u désigne le chiffre des unités et d le chiffre des deuzaines de la somme naturelle x + y + z .

Ces deux présentations de l'ANE se dessinent



et



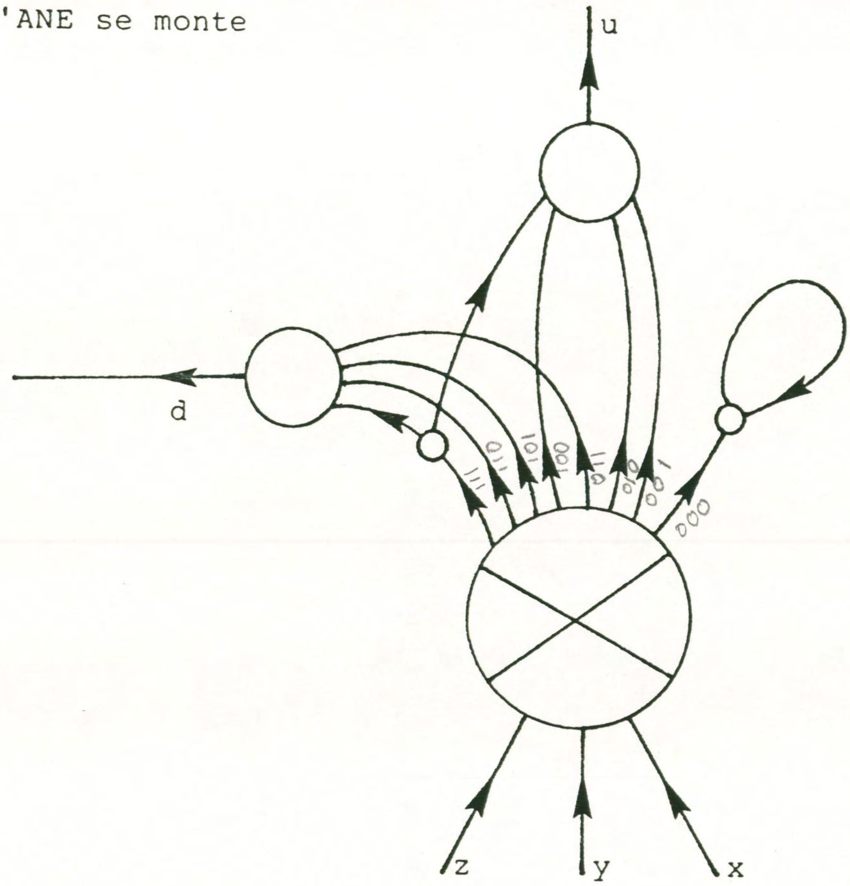
Les <u>codes</u> de la <u>somme de vérité</u> et du <u>report</u>

$u = x + y + z$ d

étant IOOI OIIO et IIIO IOOO

l'ANE se monte

	d	u
111	1	1
110	1	0
101	1	0
100	0	1
011	1	0
010	0	1
001	0	1
000	0	0



L'ordinateur additionne par exponentiel!

Comme exponentiels et disjonctions se montent en noir, on a bien prouvé la proposition annoncée: tout sommet boolien se monte en noir. Aussitôt, tout graphe boolien se monte en noir.

<u>Théorème</u> 6. Tout graphe boolien est un quotient de graphe noir par oubli de sous-graphes deux à deux disjoints.

En l'optique adoptée, tout graphe boolien peut donc être regardé comme graphe noir. Et comme l'ordinateur est graphe boolien, se justifie l'affirmation déjà lancée

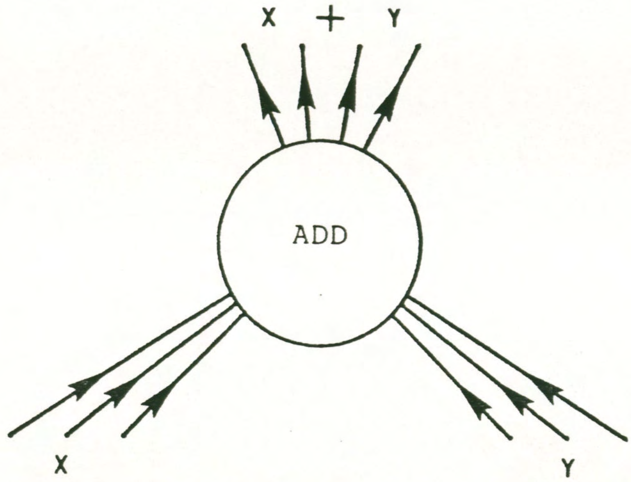
L'ordinateur est un graphe noir.

MONTAGE NOIR D'UN ADDITIONNEUR NATUREL BINAIRE.

L'ordinateur calcule.
L'ordinateur additionne des naturels:

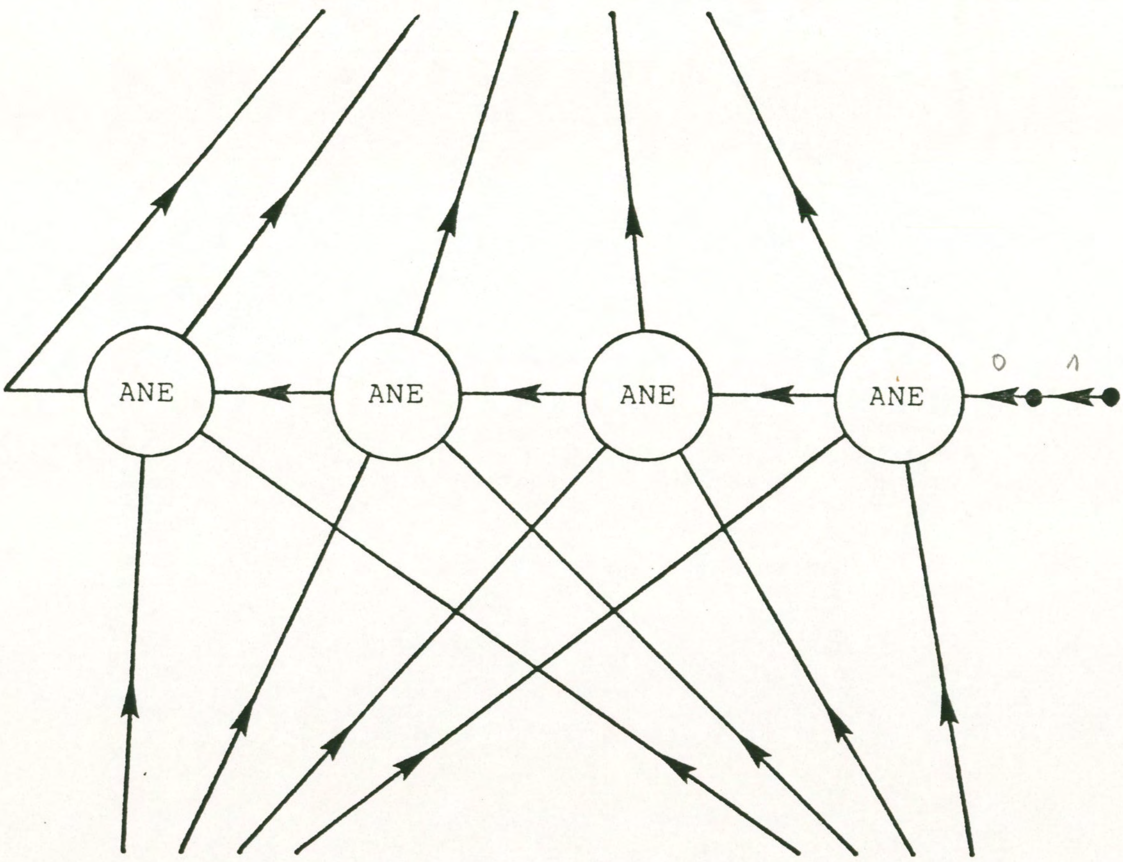
Pour construire l'ANE, nous avons effectué toutes les additions naturelles possibles de trois valeurs de vérité et inscrit les résultats dans un sommet boolien par des raccordements adéquats entre les sorties de l'exponentiel d'entrée et le collecteur OU de sortie.

Pour construire l'additionneur naturel de tout couple de naturels à n chiffres binaires,



nous ne ferons plus d'avance tout le travail:

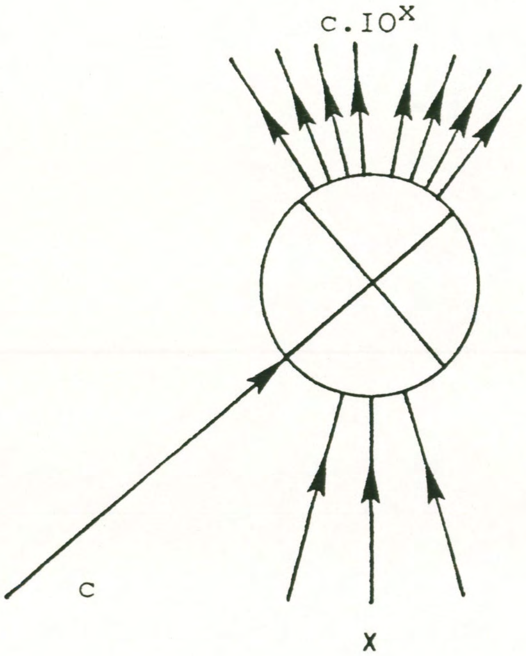
le montage proposé



est en soi un dessin de la règle d'addition en numération binaire.

EXPONENTIEL CONTROLE

L'exponentiel contrôlé est un exponentiel muni d'une touche ou entrée supplémentaire dite Contrôle.



Pour faciliter sa reconnaissance, la flèche de contrôle sera souvent dessinée d'une manière spéciale, déjà adoptée par ce dessin.

Exponentiel contrôlé
à 3 entrées plus un contrôle.

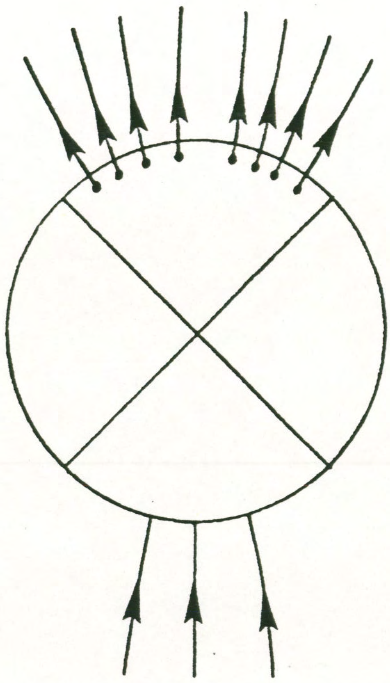
Quand le contrôle est nul, $c = 0$, la sortie est nulle.
Quand le contrôle est un, $c = 1$, la sortie égale IO^x.
L'exponentiel contrôlé à n entrées (en plus du contrôle) est habité par la fonction

$$(c, x) \longmapsto c.IO^x \qquad (\text{avec } x \in IO^n)$$

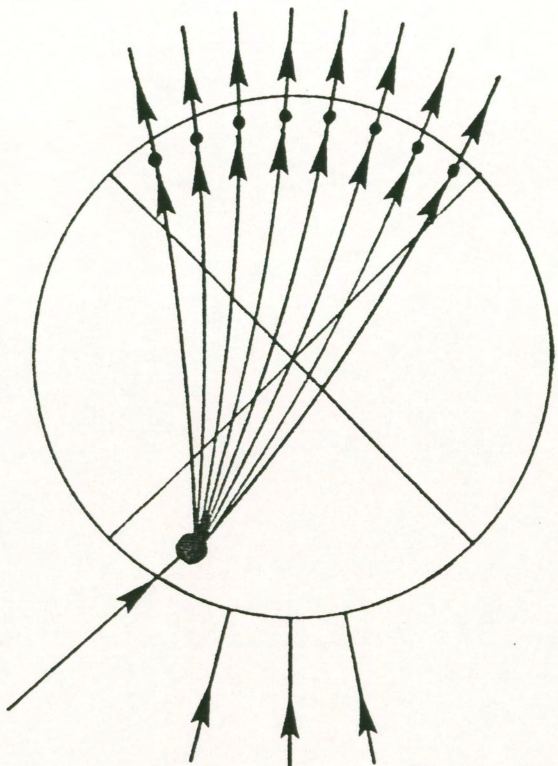
Par entrées d'un sommet à contrôle(s), nous entendrons désormais ses entrées non contrôles.

L'exponentiel contrôlé est un exponentiel à <u>zéro</u>!

Un montage noir d'exponentiel (non contrôlé) à trois entrées schématisé

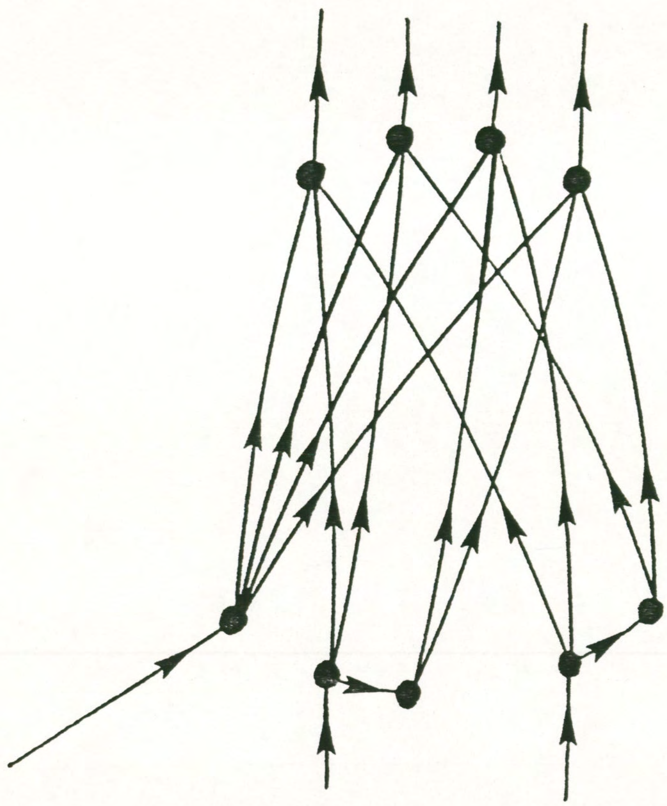


se complète en ce montage noir

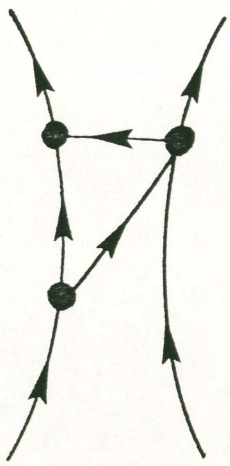


d'exponentiel contrôlé.

Voici, de manière plus détaillée, un montage noir d'exponentiel contrôlé à deux entrées.



Nous utiliserons surtout l'exponentiel contrôlé à une entrée (et un contrôle).



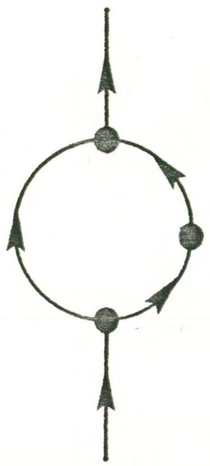
L'ordinateur exponentie, additionne, lit, transporte l'information et fait tout son <u>boulot boolien</u> en pratiquant un certain art <u>noir</u> de dire non!

Montages noirs des $2^{2^{1}}$ sommets de vérité à une entrée

$\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}$

OO

La fonction <u>nulle</u>



$IO \longrightarrow IO : x \longmapsto O$

$\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}$

OI

La négation

$IO \longrightarrow IO : x \longmapsto \overline{x}$

$\begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}$

IO

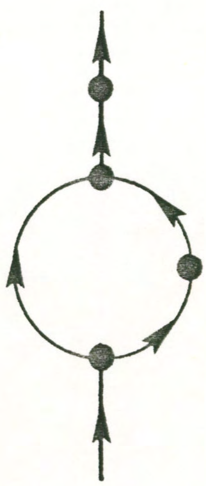
L'identité

$IO \longrightarrow IO : x \longmapsto x$

$\begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{array}$

II

La fonction <u>une</u>

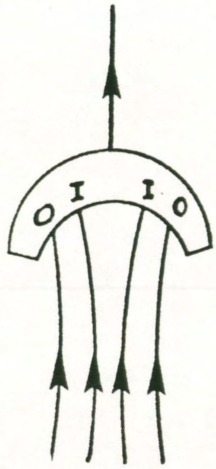


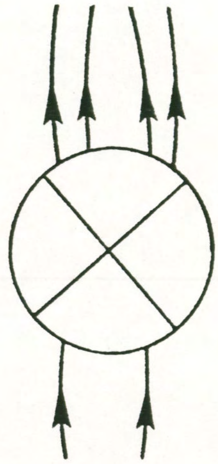
$IO \longrightarrow IO : x \longmapsto I$

Montage des seize sommets de vérité à deux entrées

Chaque sommet de vérité à deux entrées se monte en

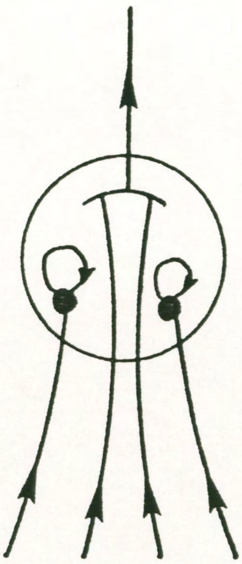
branchant sa broche | sur l'exponentiel à deux entrées

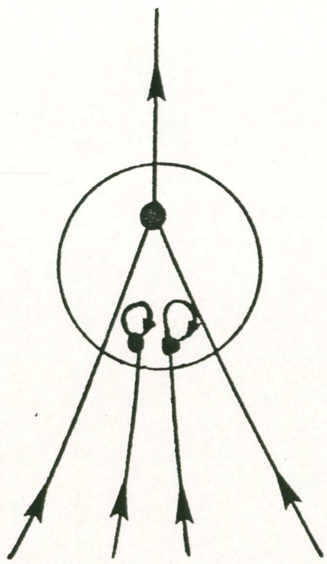




Chaque broche, disons celle de code OIIO, se monte

en blanc | et | en noir



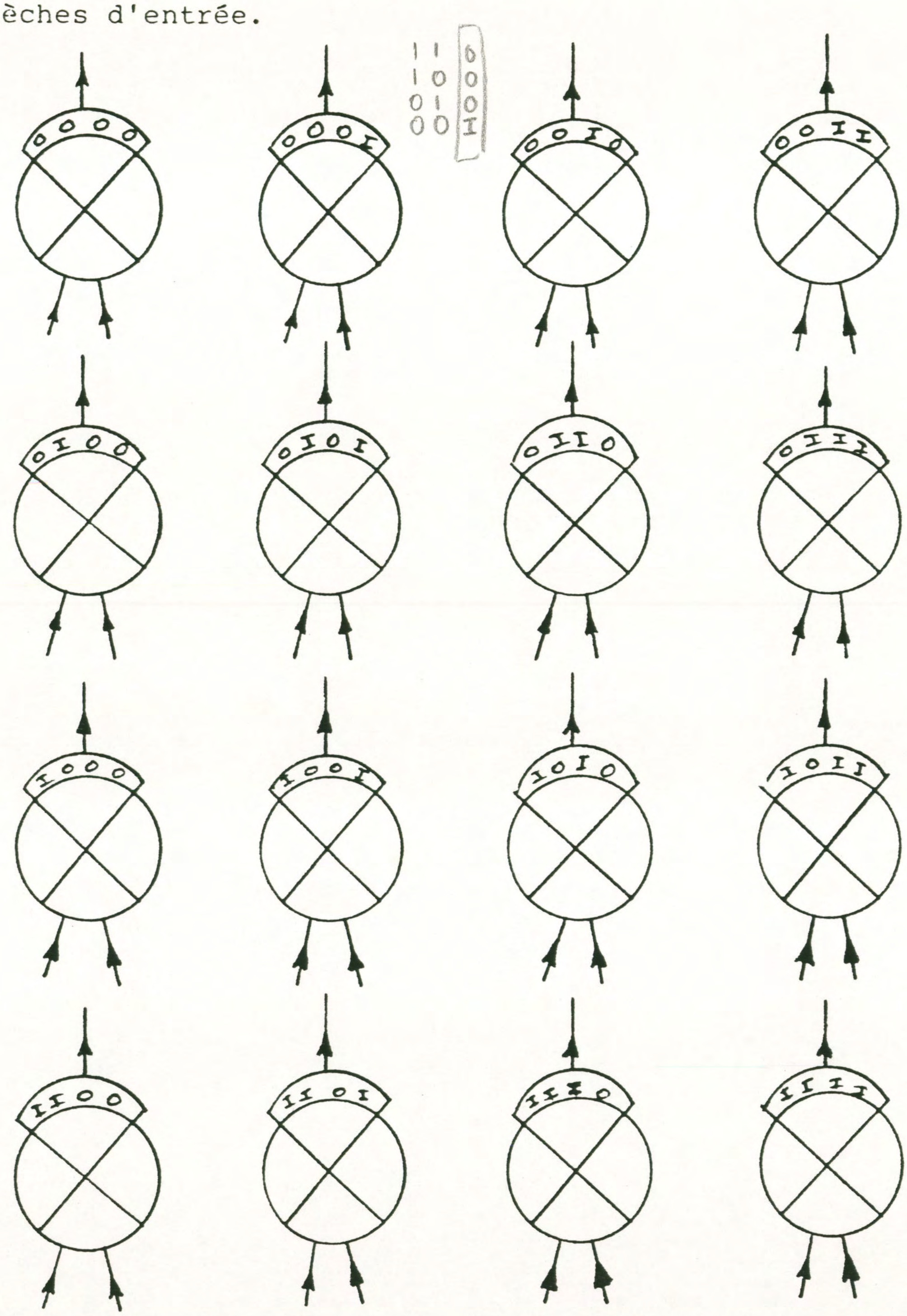


en se fondant sur le concept de

support | noyau

où elle vaut 1 , où elle vaut 0

Voici donc les 2^{2^2} montages des sommets de vérité à deux flèches d'entrée.



Adoptant le montage noir de l'exponentiel présenté précédemment et des broches montées en noir, on obtient des montages noirs des seize fonctions de vérité à deux variables.

cadre !

Montage noir du quatuor de vérité MAJEUR à deux entrées

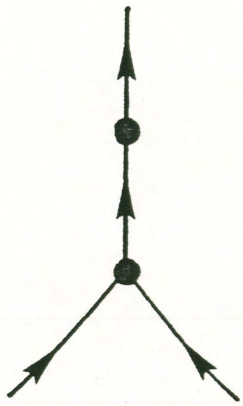
OOOI

L'exclusion (C.S.PEIRCE)

NI NOR NOIR

IIIO

La disjonction (non exclusive)



OU OR VEL $\vee$

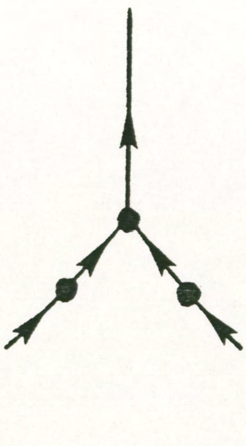
*

de travers !

IOOO

La conjonction

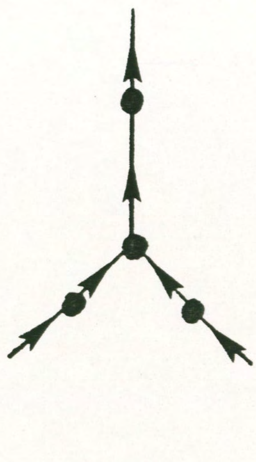
Multiplication (de vérité)



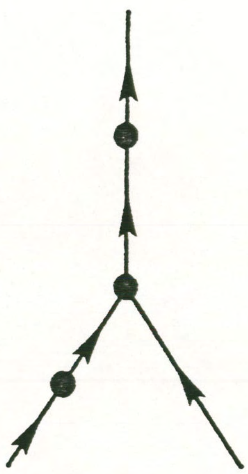
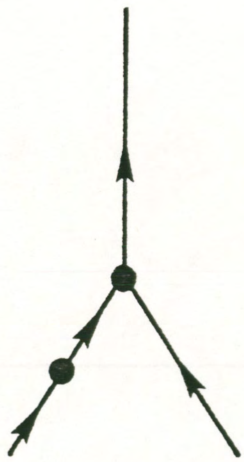
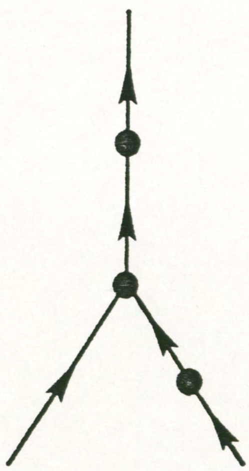
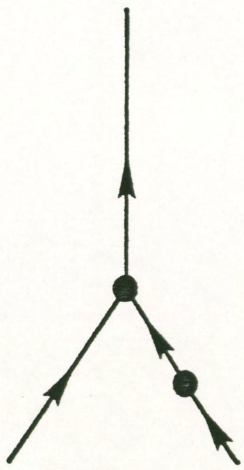
ET AND & $\cdot$ $\odot$ $\wedge$

OIII

L'incompatibilité (SHEFFER)



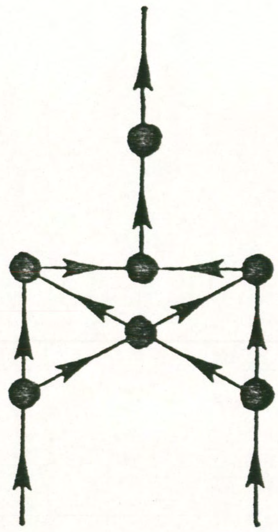
NAND

Montage noir du quatuor de vérité MINEUR à deux entrées	
IOII  $\Longrightarrow$ implication	OIOO  $\not\Longrightarrow$
IIOI  $\Longleftarrow$ implication retournée	OOIO  $\not\Longleftarrow$

Montage noir de l'addition et de l'égalité de vérité à deux entrées

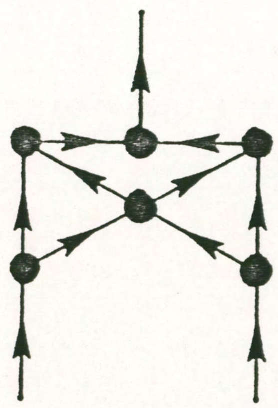
OIIO

<u>Addition de vérité</u>

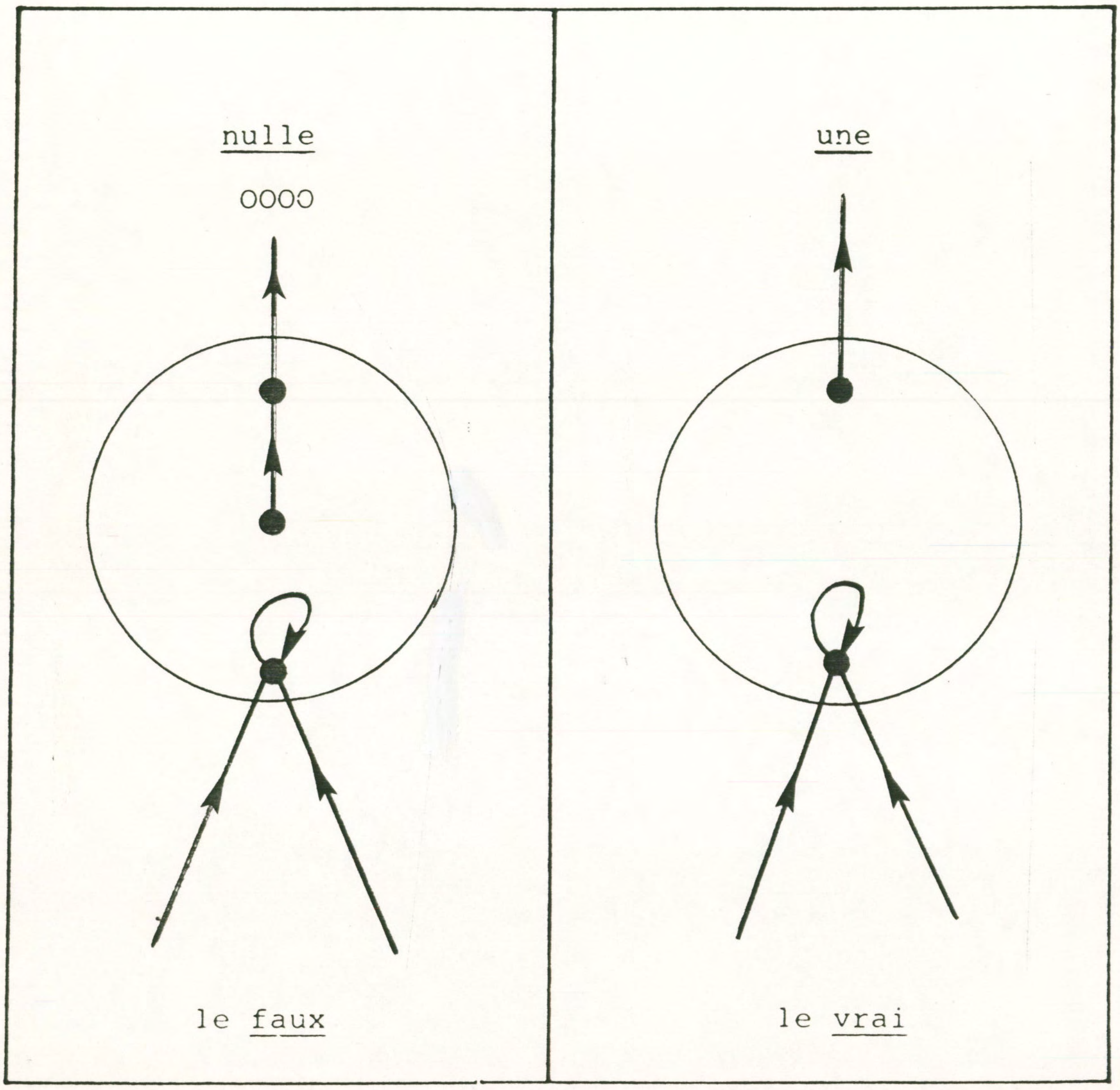


IOOI

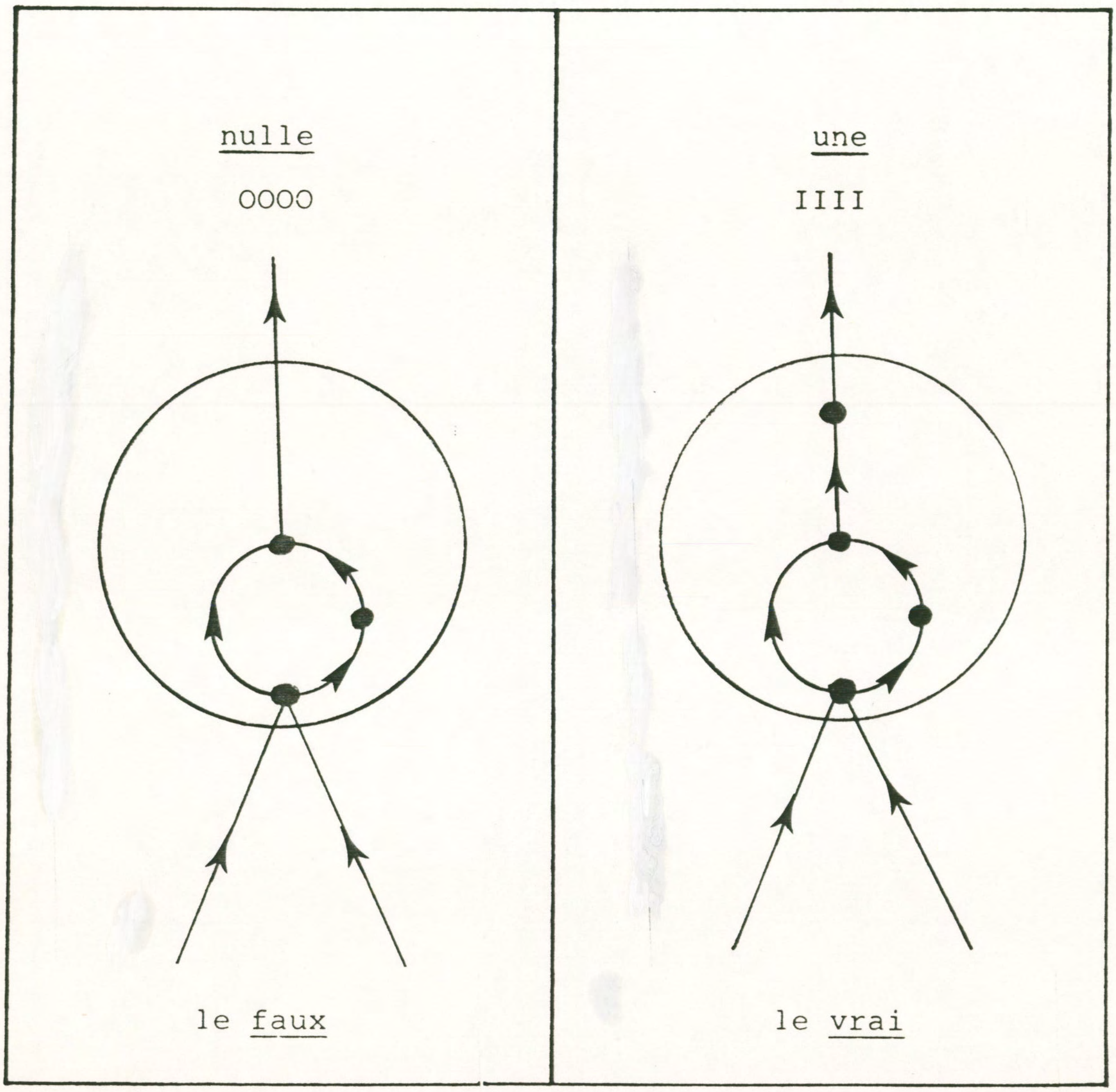
<u>Equivalence logique</u>



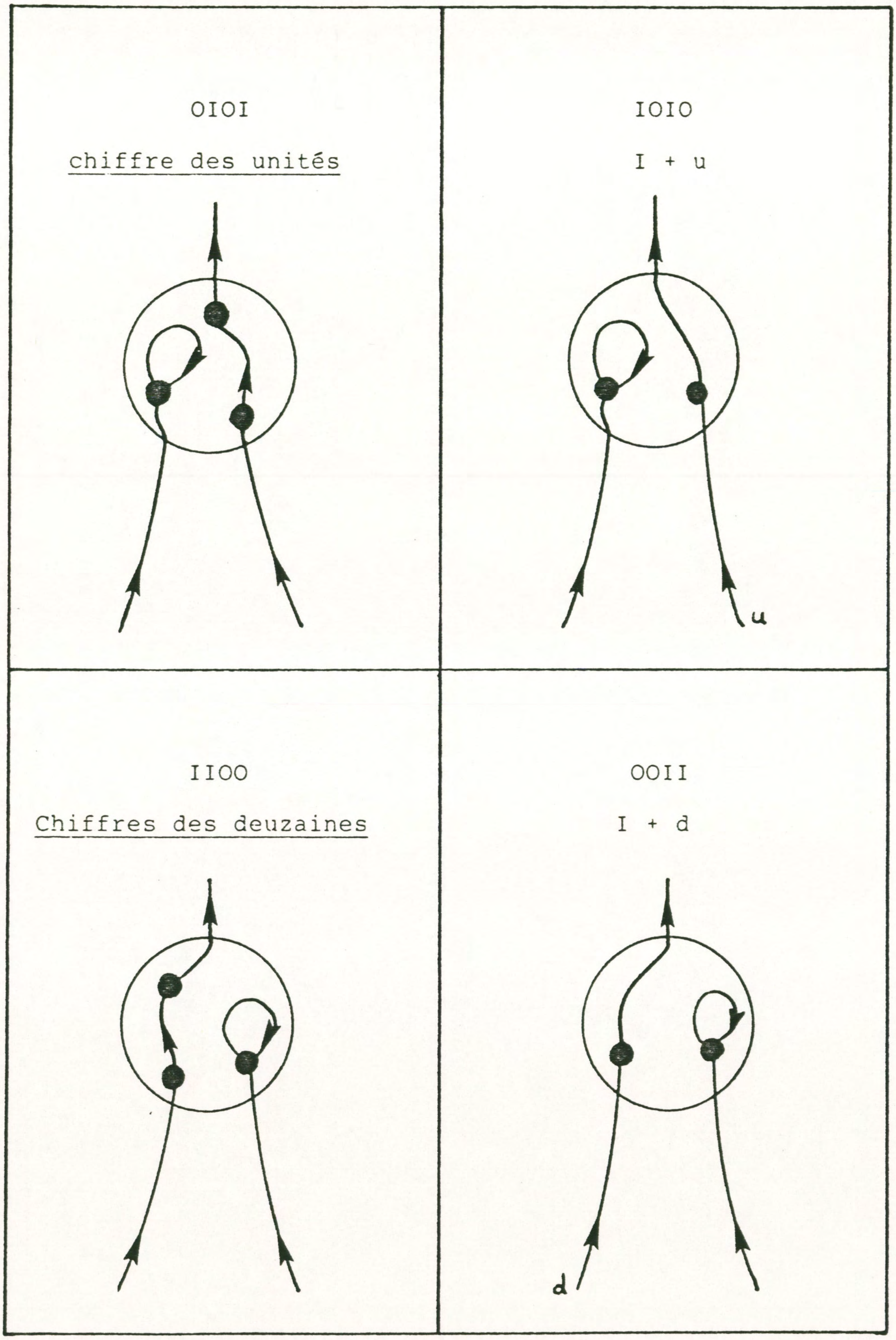
Pour être complet, reste à exhiber des montages noirs des fonctions de vérité facticement à deux entrées : les constantes



Pour être complet, reste à exhiber des montages noirs des fonctions de vérité facticement à deux entrées : les <u>constantes</u>



et les fonctions de vérité à deux variables qui se bornent à reproduire l'une d'elles ou sa négation.



ORGUE DE VERITE

Sommet boolien

à n = 3 flèches d'entrée pour la <u>variable</u> x

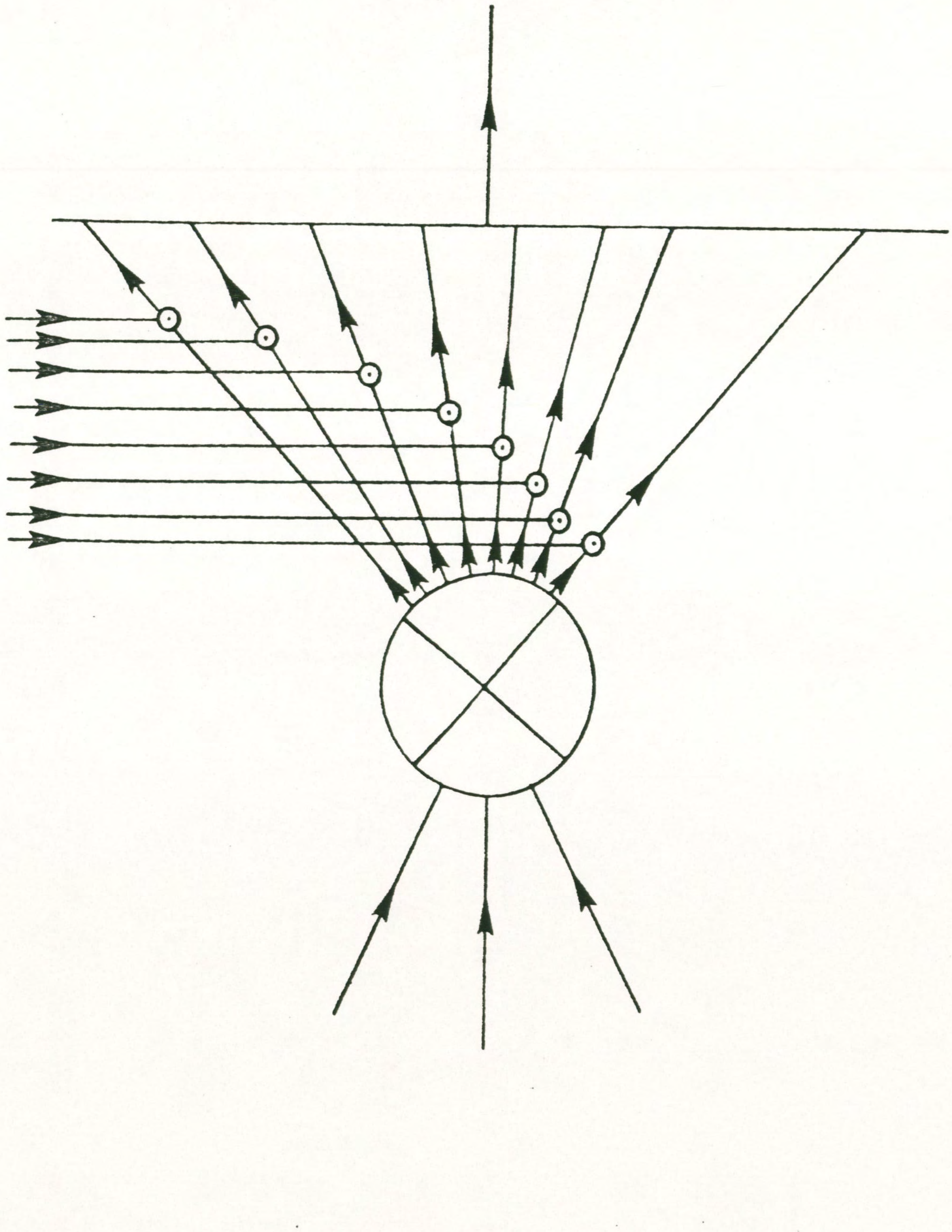
mot binaire à n bits

plus 2^n flèches de contrôle latérales

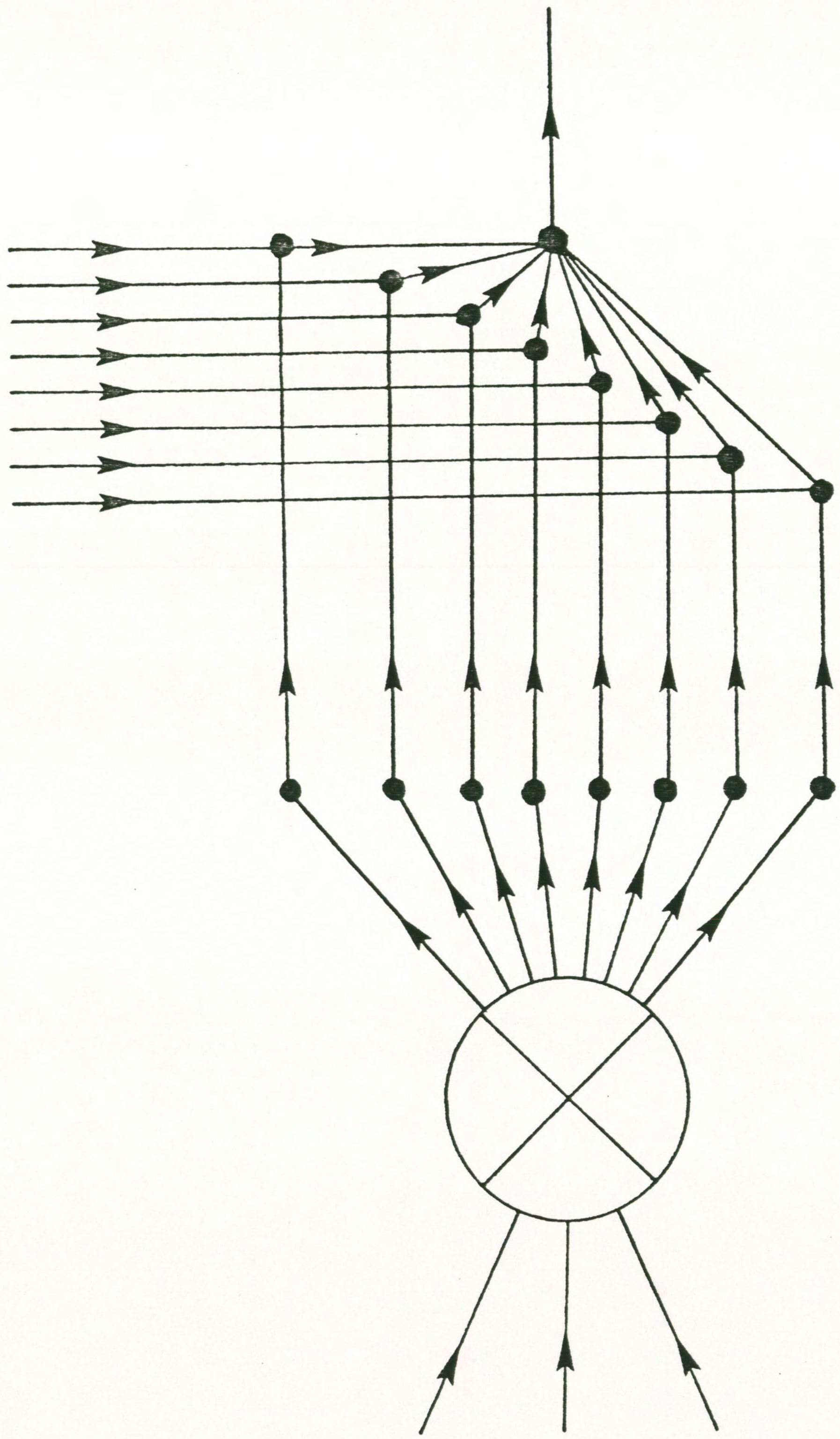
pour la <u>fonction</u> de vérité V

codée par un mot binaire à 2 bits

et une flèche de sortie pour la <u>valeur</u> (V x)



L'orgue se monte en noir.



L'orgue de vérité,

à 3 fléches d'entrée et donc à 2^3 flèches de contrôle

dessiné ci-dessus en deux versions

permet de jouer des 256 instruments que constituent les

2^{2^3} fonctions de vérité 2^3 --> 2 à 3 entrées.

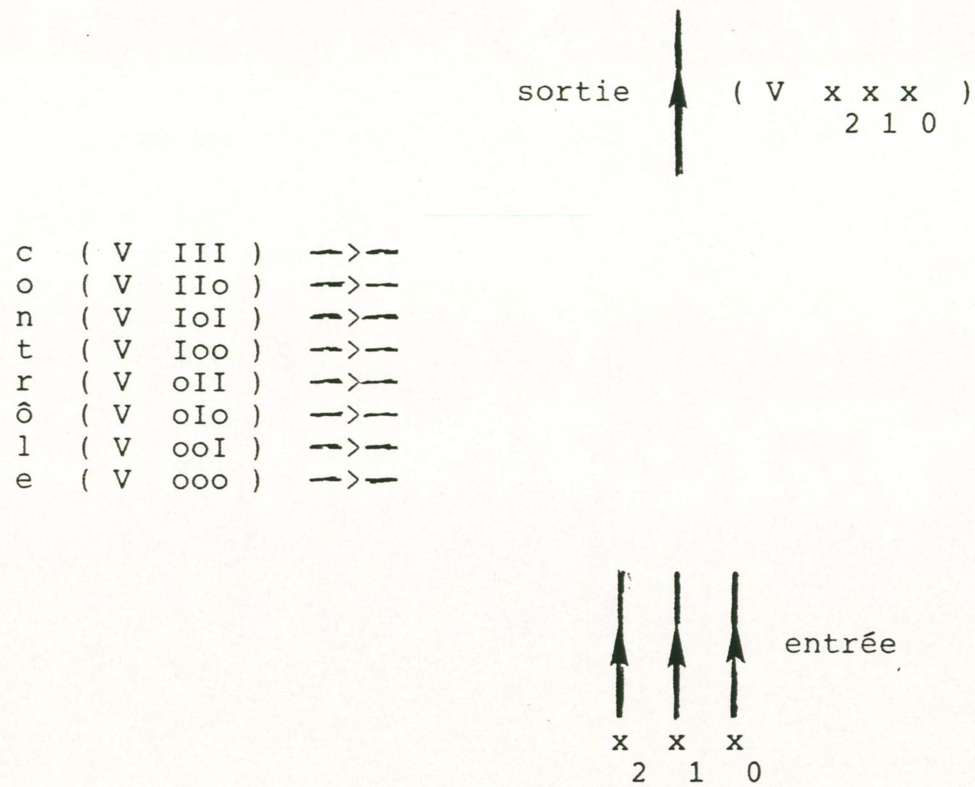
Pour jouer de la fonction de vérité V : 2^3 --> 2

on entre au contrôle son code binaire

(V III) (V IIo) (V IoI) (V Ioo) (V oII) (V oIo) (V ooI) (V ooo)

Frappant ensuite $x = x_2\, x_1\, x_0$ au clavier d'entrée,

la valeur (V x) s'entend à la sortie.



Ni magie, ni miracle !

L'entrée du code de V au contrôle

souffle à l'orgue

les valeurs prises par la fonction V

en les huit mots d'entrée possibles

III IIo IoI Ioo oII oIo ooI ooo

La frappe de l'un d'eux au clavier d'entrée

laisse filtrer la bonne réponse, et elle seule.

Tout se passe comme si l'orgue de vérité à trois variables

utilisait huit collaborateurs

nommés par les huit valeurs possibles de l'entrée globale,

et astreints par règle d'exponentiel

à ce que deux distincts quelconques d'entre eux

ne parlent jamais en même temps.

Grâce au code de V introduit au contrôle,

chacun des huit collaborateurs détient

la valeur prise par V en son propre nom.

Quand l'un de ces huit <u>noms</u> est appelé à l'entrée,

le collaborateur nommé

lit à voix haute

la <u>valeur</u> détenue

Et comme les autres collaborateurs se taisent

par règle d'exponentiel,

le collecteur OU répercute fidèlement cette valeur à la sortie

L'ORDINATEUR EST UNE RELATION NOIRE

Pour tous sommets a, b d'un graphe G,

le carquois G(a,b) d'origine a et d'extrémité b

est l'ensemble des flèches de G d'origine a et d'extrémité b.

Relation signifie graphe à carquois singletons ou vides.

La relation d'un graphe G est la relation dont

les sommets sont les sommets de G

et les flèches ses carquois non vides

En graphe noir toutes les flèches d'un même carquois

ont simultanément la même couleur,

qui devient aussitôt la couleur du carquois

La pensée d'un graphe noir se répercute ainsi fidèlement

en pensée de sa relation,

ipso facto révélée tout aussi noire.

Comme la pensée de l'ordinateur

est notre constant et unique souci,

l'affirmation titulaire se trouve parfaitement justifiée!